



# PROCESO DE ANÁLISIS JERÁRQUICO: LA CIENCIA DETRÁS DE LAS DECISIONES ESTRATÉGICAS

Herrera-Enríquez Giovanni Patricio  
Castillo-Montesdeoca Eddy Antonio



# **Proceso de análisis jerárquico: la ciencia detrás de las decisiones estratégicas**

## **Autor/es:**

Herrera-Enríquez, Giovanni Patricio  
*Universidad de las Fuerzas Armadas – ESPE*

Castillo-Montesdeoca, Eddy Antonio  
*Universidad de las Fuerzas Armadas – ESPE*



Herrera-Enríquez, G. P.  
Castillo-Montesdeoca, E. A.

**Proceso de análisis jerárquico: la ciencia detrás de las decisiones estratégicas**

Editorial Grupo AEA, Ecuador, 2025

ISBN: 978-9942-651-85-3

Formato: 210 cm X 270 cm

142 págs.



**Publicado por Editorial Grupo AEA**

Ecuador, Santo Domingo, Vía Quinindé, Urb. Portón del Río.

**Contacto:** +593 983652447; +593 985244607

**Email:** [info@editorialgrupo-aea.com](mailto:info@editorialgrupo-aea.com)

<https://www.editorialgrupo-aea.com/>

<b>Director General:</b>	<i>Prof. César Casanova Villalba.</i>
<b>Editora Académica:</b>	<i>Prof. Maybelline Jaqueline Herrera Sánchez</i>
<b>Supervisor de Producción:</b>	<i>Prof. José Luis Vera</i>
<b>Diseño:</b>	<i>Tnlgo. Oscar J. Ramírez P.</i>
<b>Consejo Editorial</b>	<i>Editorial Grupo AEA</i>

Primera Edición, 2025

D.R. © 2025 por Autores y Editorial Grupo AEA Ecuador.

Cámara Ecuatoriana del Libro con registro editorial No 708

**Disponible para su descarga gratuita en <https://www.editorialgrupo-aea.com/>**

*Los contenidos de este libro pueden ser descargados, reproducidos difundidos e impresos con fines de estudio, investigación y docencia o para su utilización en productos o servicios no comerciales, siempre que se reconozca adecuadamente a los autores como fuente y titulares de los derechos de propiedad intelectual, sin que ello implique en modo alguno que aprueban las opiniones, productos o servicios resultantes. En el caso de contenidos que indiquen expresamente que proceden de terceros, deberán dirigirse a la fuente original indicada para gestionar los permisos.*

## Título del libro:

Proceso de análisis jerárquico: la ciencia detrás de las decisiones estratégicas

© Herrera Enríquez, Giovanni Patricio & Castillo Montesdeoca, Eddy Antonio.

© Agosto, 2025

Libro Digital, Primera Edición, 2025

Editado, Diseñado, Diagramado y Publicado por Comité Editorial del Grupo AEA, Santo Domingo de los Tsáchilas, Ecuador, 2025

**ISBN: 978-9942-651-85-3**



<https://doi.org/10.55813/egaea.l.132>

## Como citar (APA 7ma Edición):

Herrera-Enríquez, G. P., & Castillo-Montesdeoca, E. A. (2025). *Proceso de análisis jerárquico: la ciencia detrás de las decisiones estratégicas*. Editorial Grupo AEA. <https://doi.org/10.55813/egaea.l.132>

Cada uno de los textos de Editorial Grupo AEA han sido sometido a un proceso de evaluación por pares doble ciego externos (double-blindpaperreview) con base en la normativa del editorial.

## Revisores:



Econ. Preciado Ramírez Joffre  
Danny, Mgs.

FLACSO Ecuador; Universidad  
Técnica Luis Vargas Torres de  
Esmeraldas – Ecuador



Lic. Hurtado Guevara Richard  
Fernando, PhD. (c)

Universidad Laica Eloy Alfaro de  
Manabí – Ecuador



Los libros publicados por “**Editorial Grupo AEA**” cuentan con varias indexaciones y repositorios internacionales lo que respalda la calidad de las obras. Lo puede revisar en los siguientes apartados:



## Editorial Grupo AEA

 <http://www.editorialgrupo-aea.com>

 Editorial Grupo AeA

 editorialgrupoea

 Editorial Grupo AEA

## Aviso Legal:

La informaci3n presentada, así como el contenido, fotografías, graficos, cuadros, tablas y referencias de este manuscrito es de exclusiva responsabilidad del/los autor/es y no necesariamente reflejan el pensamiento de la Editorial Grupo AEA.

## Derechos de autor 

Este documento se publica bajo los terminos y condiciones de la licencia Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional (CC BY-NC-SA 4.0).



El “copyright” y todos los derechos de propiedad intelectual y/o industrial sobre el contenido de esta edici3n son propiedad de la Editorial Grupo AEA y sus Autores. Se prohe rigurosamente, bajo las sanciones en las leyes, la producci3n o almacenamiento total y/o parcial de esta obra, ni su tratamiento informático de la presente publicaci3n, incluyendo el diseño de la portada, así como la transmisi3n de la misma de ninguna forma o por cualquier medio, tanto si es electr3nico, como químico, mecánico, 3ptico, de grabaci3n o bien de fotocopia, sin la autorizaci3n de los titulares del copyright, salvo cuando se realice confines académicos o científicos y estrictamente no comerciales y gratuitos, debiendo citar en todo caso a la editorial. Las opiniones expresadas en los capítulos son responsabilidad de los autores.



## RESEÑA DE AUTORES



**Herrera-Enríquez, Giovanni Patricio**



Universidad de las Fuerzas Armadas - ESPE



[gpherrera@espe.edu.ec](mailto:gpherrera@espe.edu.ec)



<https://orcid.org/0000-0002-2835-4586>



Académico ecuatoriano con más de veinte años de experiencia en enseñanza e investigación. Posee un Doctorado en Economía y Empresa (PhD Cum Laude) por la Universidad de Santiago de Compostela (España) y una Maestría en Economía y Gestión Empresarial de FLACSO-Ecuador, además de diplomados en Diseño Curricular y Gestión del Aprendizaje Universitario. Es Ingeniero Comercial y en Mercadotecnia. Ha impartido clases de grado y posgrado en la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, Pontificia Universidad Católica del Ecuador, Universidad de las Américas, Universidad Anáhuac (México), MCA Business School (USA), EIG Business School (España), entre otras. Ha sido coordinador del programa de Doctorado en Administración y de la Maestría en Administración de Empresas con mención Innovación de la ESPE y ha dirigido departamentos académicos e iniciativas de emprendimiento e innovación. Su investigación se centra en resiliencia socio-económica, gestión digital y metodologías multicriterio aplicadas a entornos de desastre.



**Castillo-Montesdeoca, Eddy Antonio**



Universidad de las Fuerzas Armadas – ESPE



[eacastillo@espe.edu.ec](mailto:eacastillo@espe.edu.ec)



<https://orcid.org/0000-0003-2807-8910>



Académico ecuatoriano con más de veinticinco años de experiencia en docencia, investigación y gestión profesional en instituciones públicas, privadas y de educación superior. Doctor en Economía y Empresa (PhD Cum Laude) por la Universidad de Santiago de Compostela (España), posee dos maestrías en Mercadotecnia y Administración del Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey (México). Es Ingeniero Comercial por la Escuela Politécnica del Ejército – ESPE y cuenta con diplomados y especializaciones académicas y técnicas. Actualmente, es Coordinador General de la Red Colaborativa de Investigación Científica y Académica CITUR Ecuador, centro multidisciplinar con sede legal en Portugal. Ha impartido cátedra en programas de grado y posgrado en universidades nacionales e internacionales. Ha desempeñado cargos como director de carrera, coordinador académico y responsable de áreas de conocimiento. Su línea investigativa se centra en turismo, mercadotecnia y comportamiento del consumidor, con énfasis en sectores económicos estratégicos para el desarrollo del Ecuador.



## Índice

Reseña de Autores.....	ix
Índice.....	xi
Índice de Tablas.....	xv
Índice de Figuras.....	xvii
Introducción.....	xix
Capítulo I: Fundamentos del proceso de análisis jerárquico.....	1
Fundamentos del proceso de análisis jerárquico.....	3
1.1. Origen y desarrollo histórico.....	3
1.2. Principios Básicos del Análisis Jerárquico.....	5
1.2.1. La estructura jerárquica del problema.....	5
1.2.2. Comparaciones por pares: traducir juicios en números.....	7
1.2.3. De las comparaciones a los pesos: el cálculo de prioridades.....	8
1.2.4. La consistencia: el guardián de la lógica.....	8
1.3. Axiomas del Proceso Analítico Jerárquico.....	9
1.3.1. Reciprocidad.....	9
1.3.2. Homogeneidad.....	12
1.3.3. Dependencia.....	13
1.4. Consistencia en el Análisis Jerárquico Multicriterio.....	14
1.4.1. Índice de consistencia.....	14
1.5. Relación con la teoría matemática.....	17
Capítulo II: Metodología y aplicaciones del proceso analítico.....	21
Metodología y Aplicaciones del Proceso Analítico Jerárquico (AHP).....	23
2.1. Construcción de la Jerarquía en AHP.....	23
2.1.1. Criterios, subcriterios y alternativas.....	24
2.1.1.1. Ejemplos prácticos de jerarquías.....	25
2.2. Cálculo de Pesos y Prioridades.....	28

2.2.1.	El método del autovector principal .....	28
2.2.1.1.	Fundamento matemático .....	28
2.2.1.2.	Consistencia y ajuste de resultados .....	30
2.2.1.3.	Síntesis de Resultados .....	30
2.3.	Buenas prácticas globales y errores frecuentes .....	33
Capítulo III: Contribuciones del AHP a la toma de decisiones .....		35
Contribuciones del AHP a la toma de decisiones .....		37
3.1.	Ventajas de AHP frente a otros métodos multicriterio .....	37
3.2.	Comparación con métodos como TOPSIS y ELECTRE.....	40
3.2.1.	AHP frente a TOPSIS .....	41
3.2.2.	AHP frente a ELECTRE .....	42
3.3.	Aplicaciones Clásicas del AHP .....	44
3.3.1.	Planificación estratégica .....	44
3.3.2.	Resolución de conflictos .....	51
3.4.	Innovaciones y Adaptaciones del AHP .....	56
3.4.1.	Proceso analítico en redes.....	56
3.4.1.1.	Componentes clave del ANP: .....	57
3.4.1.2.	Flujo metodológico (paso, paso).....	58
3.4.1.3.	Modelado de dependencias: ejemplos típicos .....	59
3.4.1.4.	BOCR y síntesis avanzada .....	59
3.4.1.5.	Consistencia, validez y buenas prácticas .....	59
3.4.1.6.	Ventajas y limitaciones .....	60
3.4.2.	Uso del AHP en combinación con otras técnicas como IA y Machine Learning.....	60
3.4.2.1.	Patrones de integración .....	61
3.4.2.2.	Lazo cerrado AHP–ML.....	62
3.4.2.3.	Fundamentos: puntos de contacto matemáticos .....	62

3.4.2.4.	AHP como modelo de razón y LLSM.....	62
3.4.2.5.	ML para predicción de desempeño por criterio.....	62
3.4.3.	Casos de uso de IA con AHP.....	64
3.4.4.	Integración del AHP con Lógica Difusa.....	64
3.4.4.1.	Principios básicos de la lógica difusa .....	66
3.4.4.2.	AHP difuso (Fuzzy AHP): conceptos clave.....	67
3.4.4.3.	Ejemplos prácticos de AHP con lógica difusa.....	72
Capítulo IV:	Desafíos y Futuro del AHP .....	123
Desafíos y Futuro del AHP .....		125
4.1.	Limitaciones y críticas al AHP.....	125
4.1.1.	Consistencia en matrices grandes .....	125
4.1.1.1.	Fundamentación y problemática.....	125
4.1.1.2.	Fundamento matemático .....	126
4.1.1.3.	Implicaciones prácticas.....	126
4.1.1.4.	Estrategias de mitigación.....	126
4.1.1.5.	Propuesta de investigación.....	127
4.1.2.	Problemas con el cambio de alternativas .....	127
4.1.2.1.	Naturaleza del problema.....	127
4.1.2.2.	Fundamento matemático .....	127
4.1.2.3.	Implicaciones prácticas.....	127
4.1.2.4.	Estrategias de mitigación.....	128
4.2.	Nuevas tendencias en el AHP .....	128
4.2.1.	Integración con sistemas de apoyo a decisiones (DSS).....	129
4.2.1.1.	Fundamentación .....	129
4.2.1.2.	Arquitectura típica de integración .....	129
4.2.1.3.	Comparación con otros métodos multicriterio en DSS .....	130
4.2.1.4.	Recomendaciones de herramientas .....	130

4.2.1.5.	Propuesta de investigación.....	130
4.3.	Aplicaciones en entornos dinámicos y Big Data .....	130
4.3.1.	Desafíos y motivación .....	130
4.3.1.1.	Estrategias de adaptación .....	131
4.4.	Comparación con otros métodos multicriterio en entornos dinámicos 131	
4.4.1.	Herramientas y tecnologías recomendadas.....	132
4.4.2.	Propuesta de investigación .....	132
4.5.	Le futuro de la Toma de Decisiones Multicriterio.....	132
4.5.1.	Predicciones basadas en jerarquías .....	133
4.5.1.1.	Jerarquías dinámicas y contextos cambiantes.....	133
4.5.1.2.	Integración con big data y análisis predictivo.....	133
4.5.1.3.	Escenarios multidimensionales y simulación prospectiva. ...	134
4.5.2.	Rol de la inteligencia artificial.....	134
4.5.2.1.	Automatización de comparaciones pareadas.....	134
4.5.2.2.	Reducción de sesgos humanos.....	135
4.5.2.3.	Modelos híbridos y razonamiento explicable .....	135
4.5.2.4.	Aplicaciones emergentes.....	135
4.5.3.	AHP difuso en la era digital.....	136
4.5.3.1.	Plataformas colaborativas y trabajo distribuido .....	136
4.5.3.2.	Integración con análisis en tiempo real.....	136
4.5.3.3.	Oportunidades y desafíos .....	137
4.6.	Reflexiones finales.....	137
	Referencias Bibliográficas.....	139
	Referencias Bibliográficas.....	141

## Índice de Tablas

<b>Tabla 1</b> <i>Escala de valoración Saaty</i> .....	7
<b>Tabla 2</b> <i>Índice de Consistencia Aleatoria (IA)</i> .....	17
<b>Tabla 3</b> <i>Matriz de prioridades locales (tras comparar proveedores por criterio)</i> .....	31
<b>Tabla 4</b> <i>Enfoques metodológicos</i> .....	32
<b>Tabla 5</b> <i>Comparación crítica de métodos de ponderación</i> .....	33
<b>Tabla 6</b> <i>Jerarquía: Meta → Criterios (C1 -C4) → Alternativas (A1 -A3)</i> .....	46
<b>Tabla 7</b> <i>Prioridades locales por criterio (resumen) - Cada columna suma 1</i> ...	50
<b>Tabla 8</b> <i>Síntesis global (pesos de criterios × prioridades locales)</i> .....	50
<b>Tabla 9</b> <i>Análisis de sensibilidad (<math>\pm 5</math> p.p. en C1 y C2)</i> .....	50
<b>Tabla 10</b> <i>T1. Jerarquía (resumen)</i> .....	53
<b>Tabla 11</b> <i>T4. Prioridades globales y ranking</i> .....	55
<b>Tabla 12</b> <i>Escenarios (se mantiene suma=1 ajustando proporcionalmente los demás criterios)</i> .....	55
<b>Tabla 13</b> <i>Escala lingüística difusa triangular</i> .....	70
<b>Tabla 14</b> <i>Resumen de consistencia de matrices de estructura dimensional</i> ...	75
<b>Tabla 15</b> <i>Datos obtenidos de expertos en análisis dimensional (media geométrica)</i> .....	75
<b>Tabla 16</b> <i>Datos normalizados de expertos en análisis dimensional de la resiliencia</i> .....	76
<b>Tabla 17</b> <i>Vectores difusos sintéticos de expertos en dimensiones de la resiliencia</i> .....	78
<b>Tabla 18</b> <i>Resumen de consistencia de matrices de expertos en la dimensión económica regional</i> .....	81
<b>Tabla 19</b> <i>Datos obtenidos de expertos en análisis de la dimensión económico-regional (media geométrica)</i> .....	81
<b>Tabla 20</b> <i>Datos normalizados de expertos en análisis de la dimensión económico-regional (media geométrica)</i> .....	82
<b>Tabla 21</b> <i>Vectores difusos sintéticos de expertos en la dimensión económico-regional</i> .....	84
<b>Tabla 22</b> <i>Resumen de consistencia de matrices de expertos en la dimensión económico-empresarial</i> .....	89

**Tabla 23** *Datos obtenidos de expertos en análisis de la dimensión económico-empresarial (media geométrica)*..... 90

**Tabla 24** *Datos normalizados de expertos en análisis de la dimensión económico-empresarial* ..... 90

**Tabla 25** *Vectores difusos sintéticos de expertos en la dimensión económico-empresarial*..... 92

**Tabla 26** *Resumen de consistencia de matrices de expertos en la dimensión sociorregional* ..... 94

**Tabla 27** *Datos obtenidos de expertos en análisis de la dimensión sociorregional (media geométrica)* ..... 95

**Tabla 28** *Datos normalizados de expertos en análisis de la dimensión sociorregional* ..... 96

**Tabla 29** *Vectores difusos sintéticos de expertos en la dimensión sociorregional* ..... 98

**Tabla 30** *Resumen de consistencia de matrices de expertos en la dimensión socio - comunitaria*..... 103

**Tabla 31** *Datos obtenidos de expertos en la dimensión sociocomunitaria (media geométrica)* ..... 103

**Tabla 32** *Datos normalizados de expertos en análisis de la dimensión sociocomunitaria* ..... 104

**Tabla 33** *Vectores difusos sintéticos de expertos en la dimensión sociocomunitaria* ..... 106

**Tabla 34** *Resumen de consistencia de matrices de expertos en la dimensión institucional*..... 109

**Tabla 35** *Datos obtenidos de expertos en análisis de la dimensión institucional (media geométrica)* ..... 110

**Tabla 36** *Datos normalizados de expertos en análisis de la dimensión institucional*..... 110

**Tabla 37** *Vectores difusos sintéticos de expertos en la dimensión institución*112

**Tabla 38** *Resumen de consistencia de matrices de expertos en la dimensión infraestructura* ..... 114

**Tabla 39** *Datos obtenidos de expertos en análisis de la dimensión experiencial (media geométrica)* ..... 115

**Tabla 40** *Datos normalizados de expertos en análisis de la dimensión experiencial* ..... 116

**Tabla 41** *Vectores difusos sintéticos de expertos en la dimensión experiencial* ..... 118

**Tabla 42** *Ajuste estructural del modelo de decisión multicriterio* ..... 121

## Índice de Figuras

**Figura 1** *Escala lingüística de importancia relativa RI* ..... 69

**Figura 2** *Intersección de puntos entre M1 y M2* ..... 72

**Figura 3** *Proceso para el análisis jerárquico multicriterio difuso (Fuzzy AHP)* .73

**Figura 4** *Estructura de las dimensiones del modelo de análisis multidimensional de la resiliencia*..... 74

**Figura 5** *Estructura de las dimensiones del modelo de análisis multidimensional de la resiliencia*..... 80

**Figura 6** *Estructura ponderada de la dimensión económica regional* ..... 89

**Figura 7** *Estructura ponderada de la dimensión económica-empresarial* ..... 94

**Figura 8** *Estructura ponderada de la dimensión sociorregional* ..... 102

**Figura 9** *Estructura ponderada de la dimensión sociocomunitaria*..... 109

**Figura 10** *Estructura ponderada de la dimensión institucional*..... 114

**Figura 11** *Estructura ponderada de la dimensión experiencial* ..... 120

**Figura 12** *Modelo de análisis multidimensional de la resiliencia* ..... 122



## Introducción

En un mundo marcado por la complejidad, la incertidumbre y la multiplicidad de objetivos, la capacidad de tomar decisiones estratégicas bien fundamentadas se ha convertido en una competencia esencial para líderes, investigadores y gestores. En ámbitos tan diversos como la selección de una cartera óptima de proyectos de inversión, el diseño de políticas públicas sostenibles o la incorporación de tecnologías disruptivas, los responsables de decidir deben enfrentar el desafío de evaluar alternativas que involucran múltiples criterios, muchas veces en conflicto entre sí, y hacerlo bajo condiciones de información incompleta o incierta. En este escenario, el Proceso de Análisis Jerárquico, concebido por Thomas L. Saaty a finales de la década de 1960, ha trascendido su origen en el ámbito militar y académico para consolidarse como una de las metodologías multicriterio más reconocidas y versátiles en la investigación operativa y en la práctica profesional contemporánea.

El valor de este método radica en la combinación de una estructura conceptual clara con un pragmatismo operativo que lo hace aplicable en una enorme diversidad de contextos. Su premisa central es sencilla, pero de gran alcance: descomponer un problema complejo en una estructura jerárquica que vaya del objetivo principal a los criterios, subcriterios y alternativas, evaluando luego las relaciones de importancia relativa mediante comparaciones por pares. A partir de estos juicios, expresados en una escala fundamental y organizados en matrices recíprocas, el método emplea herramientas matemáticas — especialmente la teoría de autovalores y autovectores— para derivar pesos consistentes y sintetizarlos en una decisión global. Esta mecánica, que integra con naturalidad datos objetivos y valoraciones subjetivas, ha permitido que el AHP se utilice con éxito en campos tan diversos como la gestión empresarial, la ingeniería, las políticas públicas y la sostenibilidad.

Su principal virtud reside en tender un puente entre lo cualitativo y lo cuantitativo, algo que no todos los métodos multicriterio logran con la misma solidez. El AHP no se limita a procesar datos numéricos precisos; también traduce percepciones, intuiciones y juicios expertos en métricas cuantificables. Así, en la gestión de cadenas de suministro globales, ha permitido ponderar criterios financieros, técnicos y medioambientales; en la planificación urbana, ha facilitado la priorización de proyectos considerando costos, impacto ecológico y viabilidad

política; en la gestión de emergencias, ha servido para jerarquizar estrategias de respuesta ante desastres naturales. En cada caso, la metodología no solo produce un resultado, sino que documenta de forma transparente el proceso seguido, aportando legitimidad y trazabilidad a la decisión.

La evolución del AHP ha dado lugar a extensiones que responden a limitaciones identificadas con el tiempo. Una de las más relevantes es la integración con la lógica difusa, que da origen al Fuzzy AHP. En la realidad, los decisores rara vez pueden expresar sus preferencias con absoluta precisión numérica, pues la incertidumbre y la ambigüedad son inherentes al juicio humano. El Fuzzy AHP aborda esta condición utilizando números difusos —triangulares o trapezoidales— que permiten representar rangos de valoración y capturar mejor la vaguedad de las percepciones. Esto ha resultado especialmente útil en proyectos de ingeniería donde las estimaciones técnicas o económicas presentan variabilidad significativa, y en evaluaciones de sostenibilidad donde intervienen indicadores sociales y ambientales de difícil cuantificación.

El método, sin embargo, no está exento de críticas. Entre las más recurrentes figuran el fenómeno de la inversión de rangos, la sensibilidad de los resultados frente a cambios en la estructura jerárquica y la dificultad de mantener la consistencia cuando el número de elementos a comparar crece demasiado. Estas limitaciones han estimulado el desarrollo de variantes como el Analytic Network Process, que modela interdependencias entre criterios, así como el uso de estrategias de agrupamiento para manejar conjuntos de criterios extensos. En la era del big data y la inteligencia artificial, el AHP se enfrenta al reto de integrarse con herramientas que automatizan la recopilación y el procesamiento de información sin perder su esencia: la incorporación del juicio experto como núcleo del proceso decisorio. La hibridación con técnicas de aprendizaje automático, que pueden alimentar matrices de comparación con datos preprocesados, abre oportunidades interesantes, aunque plantea también desafíos metodológicos y éticos.

En la última década, las aplicaciones del AHP y el Fuzzy AHP han mostrado su adaptabilidad a problemas actuales. Empresas manufactureras lo han utilizado para seleccionar tecnologías de automatización equilibrando costo, retorno de inversión y compatibilidad operativa. Gobiernos locales han recurrido a la metodología para priorizar proyectos de infraestructura resiliente al cambio climático, combinando criterios económicos, sociales y ecológicos. En ingeniería

energética, el Fuzzy AHP ha sido clave para evaluar matrices de generación incorporando incertidumbre en parámetros técnicos y económicos. Corporaciones multinacionales han empleado su combinación con indicadores ESG para guiar estrategias de inversión responsable, ponderando el impacto ambiental, el desempeño social y la gobernanza.

El libro “Proceso de Análisis Jerárquico: La Ciencia detrás de las Decisiones Estratégicas”, de Giovanni Herrera Enríquez y Eddy Castillo Montesdeoca, se presenta como una contribución sustancial para quienes desean dominar esta metodología desde una perspectiva que une el rigor académico con la aplicabilidad práctica. La obra ofrece una exposición completa de los fundamentos históricos y matemáticos, junto con ejemplos y casos que ilustran su uso en contextos reales. No se limita a detallar el procedimiento paso a paso, sino que incorpora buenas prácticas, errores comunes, comparaciones con otros métodos y una exploración de las innovaciones más recientes, incluyendo la integración con inteligencia artificial y lógica difusa. Su equilibrio entre teoría y práctica lo convierte en un recurso de gran valor para estudiantes de posgrado, investigadores en formación y profesionales que necesitan justificar decisiones estratégicas ante audiencias técnicas o directivas.

Este texto es, en definitiva, una invitación a pensar estratégicamente en entornos de alta complejidad. A través del AHP y sus variantes, el lector aprenderá a estructurar problemas, cuantificar juicios y validar decisiones con un alto grado de transparencia y rigor. En un momento histórico en que las organizaciones, tanto públicas como privadas, enfrentan desafíos sin precedentes —desde crisis sanitarias y climáticas hasta transformaciones tecnológicas aceleradas—, contar con métodos que fortalezcan la calidad de las decisiones no es solo deseable, sino imprescindible. Aplicado con cuidado y competencia, el AHP puede marcar la diferencia entre una estrategia improvisada y una decisión verdaderamente estratégica.



# CAPITULO 01

## FUNDAMENTOS DEL PROCESO DE ANÁLISIS JERÁRQUICO





## Fundamentos del proceso de análisis jerárquico

### 1.1. Origen y desarrollo histórico

La toma de decisiones estratégicas en ámbitos tan diversos como la ingeniería, la política pública y la gestión empresarial suele enfrentar la presencia simultánea de múltiples criterios potencialmente conflictivos. En este contexto, el Proceso de Análisis Jerárquico (AHP, por sus siglas en inglés) se desarrolló como un enfoque sistemático para ordenar preferencias y priorizar alternativas. Introducido a finales de la década de 1960 por Thomas L. Saaty —a partir de su trabajo en entornos militares y su experiencia académica—, el método se concibió para asistir a responsables de decisiones complejas. La publicación fundacional fue *“A Scaling Method for Priorities in Hierarchical Structures”* (1977), a partir de la cual el enfoque se consolidó y difundió.

El rasgo distintivo del AHP radica en su capacidad para estructurar un problema decisional en niveles jerárquicos que van del objetivo general a los criterios, subcriterios y alternativas. Esta descomposición facilita la comprensión del fenómeno y habilita la evaluación ordenada de los componentes. El núcleo operativo del método consiste en comparaciones por pares que elicitán juicios de preferencia entre elementos homogéneos. Dichos juicios se expresan en una escala fundamental habitualmente de 1 a 9 y se traducen en matrices de comparación a partir de las cuales se derivan vectores de prioridades (pesos relativos) y se evalúa la coherencia interna de los juicios.

Metodológicamente, el proceso comprende: (i) la definición precisa del objetivo y del alcance decisional; (ii) la construcción de la jerarquía de criterios y alternativas, procurando independencia conceptual y exhaustividad razonable; (iii) la obtención de juicios mediante comparaciones binarias; (iv) el cálculo de prioridades locales mediante técnicas basadas en autovectores; (v) la verificación de consistencia a través de índices e indicadores específicos —como la razón de consistencia— y, en su caso, la revisión de los juicios; y (vi) la síntesis de prioridades globales y el análisis de sensibilidad para explorar la robustez de la decisión frente a variaciones paramétricas.

Desde su introducción, el AHP ha sido objeto de amplio desarrollo teórico y empírico. La claridad procedimental, la trazabilidad de los juicios y su compatibilidad con datos tanto cuantitativos como cualitativos explican su difusión en numerosos dominios. Además de su aplicación en ingeniería por ejemplo, selección de materiales para puentes o evaluación de sistemas de combustión, el método se ha vuelto especialmente pertinente en Ciencias Económicas y Administrativas: selección y evaluación de proveedores, priorización de carteras de proyectos, localización de instalaciones y redes logísticas, planificación y presupuesto, diseño de estrategias comerciales, decisiones de *make-or-buy*, evaluación de desempeño organizacional y valoración de riesgos. En contextos contemporáneos, destaca su uso para integrar criterios de sostenibilidad (ambientales, sociales y de gobernanza), permitiendo ponderar metas económicas junto con métricas ESG.

El método también resulta adecuado para la toma de decisiones en grupo. Mediante procedimientos de agregación como la media geométrica de juicios se articula el conocimiento distribuido entre expertos y se refuerza la legitimidad del resultado, con apoyo frecuente de aplicaciones computacionales especializadas que documentan el proceso y facilitan la trazabilidad.

La literatura posterior ha enriquecido y matizado el enfoque. Saaty contribuyó a su consolidación mediante obras clave como “*The Analytic Hierarchy Process*” (1980) y “*How to Make a Decision: The Analytic Hierarchy Process*” (1994), donde se precisan fundamentos, procedimientos e ilustraciones. Paralelamente, se han desarrollado extensiones destinadas a resolver limitaciones específicas. Entre ellas, el Proceso de Análisis Jerárquico Difuso (FAHP) integra la teoría de conjuntos difusos para tratar la vaguedad inherente a los juicios humanos. Dentro del FAHP, enfoques como el análisis de extensión de Chang (1992, 1996) han ganado difusión por su relativa facilidad de aplicación. Asimismo, ante la posible interdependencia entre criterios, el Proceso de Red Analítica (ANP) generaliza la estructura jerárquica, y no es infrecuente la hibridación del AHP con otras técnicas multicriterio (p. ej., programación por metas, TOPSIS o DEA) para reforzar la validez de las conclusiones.

Como toda herramienta, el AHP no está exento de debates metodológicos, incluidos los vinculados al fenómeno de “inversión de rangos” o a la sensibilidad de resultados frente a cambios en la estructura o la escala de juicios. Tales consideraciones se abordan mediante diseños jerárquicos cuidadosos, pruebas de consistencia, transparencia en la documentación del proceso y análisis de sensibilidad.

En suma, el AHP se ha consolidado como una metodología robusta y flexible para la toma de decisiones en entornos complejos con múltiples criterios. Su origen en las investigaciones de Saaty y su evolución histórica han dado lugar a una herramienta ampliamente aplicada y en constante perfeccionamiento, capaz de estructurar la complejidad, medir preferencias y sintetizar prioridades para guiar decisiones mejor informadas y fundamentadas. La posibilidad de incorporar juicios expertos de forma consistente, junto con procedimientos explícitos de verificación, explica su vigencia y utilidad en el análisis de decisiones contemporáneo.

## **1.2. Principios Básicos del Análisis Jerárquico**

La esencia del AHP descansa sobre cuatro principios básicos que funcionan como los cimientos de un edificio: si alguno de ellos falla, la estructura entera se tambalea. Estos principios son:

1. La estructuración jerárquica del problema: descomponer lo complejo en partes manejables.
2. La comparación por pares y la escala fundamental: expresar preferencias relativas con un lenguaje numérico común.
3. La síntesis matemática para derivar prioridades: convertir juicios dispersos en un conjunto de pesos coherentes.
4. La verificación de la consistencia: asegurarse de que los juicios no se contradicen.

### **1.2.1. La estructura jerárquica del problema**

Uno de los pilares fundamentales del Proceso de Análisis Jerárquico (AHP) radica en su capacidad para estructurar problemas de decisión complejos

mediante la creación de una jerarquía. Esta descomposición jerárquica es considerada una de las grandes virtudes del método, permitiendo abordar la complejidad dividiendo un objetivo general en subproblemas más homogéneos y manejables.

La estructura jerárquica del AHP se organiza de manera descendente, partiendo de un objetivo general en el nivel superior. Este objetivo representa la meta final de la decisión que se busca tomar. Los siguientes niveles de la jerarquía se componen de los criterios, que son los factores o aspectos principales que influyen en la decisión. Estos criterios pueden ser tanto cualitativos como cuantitativos. A su vez, cada criterio puede desglosarse en subcriterios que proporcionan un nivel de detalle aún mayor para la evaluación. El nivel más bajo de la jerarquía generalmente está constituido por las alternativas o las diferentes opciones entre las cuales se debe elegir.

Esta estructura jerárquica facilita la comprensión y el análisis del problema de decisión de varias maneras:

- **Descomposición de la complejidad:** Al dividir un problema complejo en una serie de niveles interconectados, el AHP permite a los tomadores de decisiones centrarse en aspectos específicos en cada nivel, simplificando el proceso de evaluación.
- **Organización de la información:** La jerarquía proporciona un marco organizado para estructurar toda la información relevante para la decisión, incluyendo los objetivos, criterios, subcriterios y alternativas.
- **Análisis de interdependencias:** Si bien la estructura principal es jerárquica, el AHP permite, hasta cierto punto, analizar cómo los elementos en un nivel superior pueden afectar a los elementos en los niveles inferiores.
- **Clarificación de prioridades:** La estructura jerárquica sienta las bases para el proceso de comparación por pares, donde se evalúa la importancia relativa de los elementos dentro de cada nivel con respecto al elemento del nivel inmediatamente superior, lo que eventualmente conduce a la determinación de prioridades globales.

En el contexto de la metodología MIVES, se observa una estructuración similar de la toma de decisión a través de un árbol de toma de decisión, donde los

requerimientos se sitúan en el primer nivel, seguidos por criterios y subcriterios, y finalmente los indicadores en el nivel más concreto a evaluar. Esta similitud subraya la importancia de la descomposición jerárquica para definir de forma precisa la decisión y evitar la omisión de aspectos relevantes.

La estructura jerárquica es un principio fundamental del AHP que permite a los tomadores de decisiones abordar problemas complejos de manera sistemática y organizada. Al descomponer la decisión en una jerarquía de objetivos, criterios, subcriterios y alternativas, el AHP facilita la evaluación, la comparación y, en última instancia, la selección de la mejor alternativa.

### 1.2.2. Comparaciones por pares: traducir juicios en números

Con la jerarquía definida, el AHP invita al decisor a realizar comparaciones por pares. La pregunta es siempre la misma: ¿cuál de estos dos elementos es más importante con respecto al criterio superior, y cuánto más importante es?

Para responder, Saaty propuso una escala fundamental de valores del 1 al 9, donde:

**Tabla 1**  
*Escala de valoración Saaty*

Escala numérica	Escala verbal
1	Criterios de igual importancia
2	Entre igual o moderadamente preferible de un criterio sobre otro
3	Débil o moderada importancia de un criterio sobre otro
4	Entre moderadamente y fuertemente preferible de un criterio sobre otro
5	Importancia fuerte de un criterio sobre el otro
6	Entre fuerte y extremadamente fuerte preferible de un criterio sobre otro
7	Importancia demostrada de un criterio sobre otro
8	Entre muy fuerte y extremadamente preferible de un criterio sobre otro
9	Importancia absoluta de un criterio sobre otro

*Nota:* 2, 4, 6, 8 Valores intermedios entre escalas adyacentes (Autores, 2025).

Lo fascinante de esta escala es que no exige cifras exactas, sino percepciones relativas. No hay que decir “el criterio A es 2,7 veces más importante que el criterio B”, basta con decidir si es “moderadamente” o “fuertemente” más importante, y el método se encarga de transformar esa apreciación en un número.

Un aspecto clave es el axioma de reciprocidad: si el decisor dice que el elemento A es tres veces más importante que el elemento B, entonces, de manera

automática, el elemento B será un tercio de importante que el elemento A. Esto asegura que la matriz de comparaciones sea simétrica y que los juicios mantengan coherencia básica.

### **1.2.3. De las comparaciones a los pesos: el cálculo de prioridades**

Las comparaciones por pares se organizan en matrices cuadradas donde cada celda representa la importancia relativa entre dos elementos. A partir de esa matriz, el AHP utiliza herramientas matemáticas para calcular un vector de prioridades, que no es otra cosa que el peso relativo de cada elemento en el conjunto.

La técnica más rigurosa para obtener este vector es calcular el autovector principal asociado al mayor autovalor de la matriz. Aunque suene complejo, el concepto es sencillo: se busca la única distribución de pesos que “explica” todos los juicios a la vez. Este método es preciso incluso si hay ligeras inconsistencias en las comparaciones.

Para quienes prefieren una aproximación más práctica, existe un método simplificado:

1. Sumar los valores de cada columna.
2. Dividir cada elemento por la suma de su columna (normalización).
3. Calcular el promedio de cada fila: ese es el peso relativo.

El resultado son números que suman 1 y que indican, en porcentaje, el peso de cada criterio o alternativa.

### **1.2.4. La consistencia: el guardián de la lógica**

En la vida real, nuestros juicios no siempre son perfectamente lógicos. Podemos decir que A es más importante que B, que B es más importante que C... y, sin darnos cuenta, afirmar que C es más importante que A. El AHP no pretende que las personas sean infalibles, pero sí ofrece un mecanismo para medir cuán coherentes son los juicios.

Esa medida es la razón de consistencia (RC), calculada a partir del índice de consistencia (IC) y un valor de referencia llamado índice aleatorio (IA), que

depende del tamaño de la matriz. La regla de oro es simple: si la RC es menor a 0,10 (es decir, 10%), los juicios son aceptablemente consistentes. Si no, conviene revisarlos.

Este control de calidad interna es uno de los mayores aportes del AHP: evita que decisiones estratégicas se basen en percepciones erráticas o contradictorias.

### **1.3. Axiomas del Proceso Analítico Jerárquico**

#### **1.3.1. Reciprocidad**

Si al comparar el elemento A con el elemento B se obtiene un valor de  $n$ , al comparar el elemento B con el elemento A se asigna el valor recíproco,  $1/n$ . Esto asegura la reciprocidad de los juicios. Por ejemplo, si un criterio es juzgado como 3 veces más importante que otro, entonces el segundo criterio es  $1/3$  veces tan importante como el primero.

Los juicios de comparación por pares se organizan en matrices de comparación cuadradas. En una matriz donde se comparan  $n$  elementos, la entrada  $a_{ij}$  representa la importancia relativa del elemento  $i$  con respecto al elemento  $j$ . La diagonal principal de la matriz siempre contiene el valor 1, ya que un elemento comparado consigo mismo tiene igual importancia.

La aplicación de las comparaciones con pares utilizando la escala fundamental permite obtener una medida de la importancia relativa (peso o prioridad) de cada elemento dentro de un nivel con respecto al criterio del nivel superior. Estos pesos se derivan matemáticamente de las matrices de comparación, típicamente mediante el cálculo de un vector propio normalizado.

Las comparaciones con pares y la escala fundamental constituyen la base para la cuantificación de los juicios subjetivos en el AHP. Este proceso sistemático permite a los tomadores de decisiones expresar sus preferencias de manera estructurada y facilita la determinación de prioridades para los diferentes elementos que componen el problema de decisión.

Los resultados de la comparación pareada conforman una matriz  $n \times n$  donde  $a_{ij}$  es la medida de la importancia relativa del criterio  $i$  frente al criterio  $j$ , así:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & 1 & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \text{ donde se cumple } a_{ij} * a_{ji} = 1: A = \begin{bmatrix} 1 & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 1/a_{12} & 1 & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1/a_{1n} & 1/a_{2n} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

En la matriz A todos los elementos son positivos y pertinentes con los siguientes teoremas (Saaty, 1990):

Teorema 1: Reciprocidad; si A es una matriz de comparaciones pareadas se cumple que  $a_{ij} = 1/a_{ji}$  (8) para todas  $i, j = 1, 2, 3 \dots n$

Teorema 2: Consistencia si  $a_{ij} = a_{ik}/a_{jk}$  (9) para todas  $i, j, k = 1, 2, 3 \dots n$

A cada celda de la matriz le corresponderá uno de los valores de la escala de Saaty; las comparaciones ubicadas sobre la diagonal formada por el valor 1, tienen una intensidad de preferencia inversa a las ubicadas debajo de dicha diagonal.

A fin de cumplir con el proceso de jerarquización de criterios, se aplica el proceso de sintetización, que es obtener un sistema de pesos que resulte consistente con las preferencias subjetivas mostradas y recogidas en la matriz de comparaciones. Es importante destacar que no es necesario contar con información cuantitativa sobre los criterios analizados, por lo que las combinaciones son realizadas tomando en cuenta los juicios de valor de cada ente decisor.

Este proceso se puede resumir de la siguiente manera:

1. Sumar los valores de cada columna de la matriz comparaciones pareadas
2. Dividir cada nuevo valor obtenido en la matriz entre el total de columnas
3. Calcular el vector de prioridades de la matriz de comparación, calculado promedio de los valores de cada línea de prioridades

Dada la matriz de comparaciones  $A = \begin{bmatrix} 1 & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & 1 & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$  se suma

verticalmente los valores de cada columna, obteniéndose  $v_1, v_2, \dots, v_n = \sum_1^n a_i$ ,

que conforma el vector  $V = [v_1 \ v_2 \ \dots \ v_n]$ . Luego se divide cada elemento de la matriz entre la suma obtenida por cada columna, y se tiene, la matriz normalizada:

$$A \text{ normalizada} = \begin{bmatrix} 1/v_1 & a_{12}/v_2 & \dots & a_{1n}/v_n \\ a_{21}/v_1 & 1/v_2 & \dots & a_{2n}/v_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}/v_1 & a_{n2}/v_2 & \dots & 1/v_n \end{bmatrix}$$

El siguiente paso se orienta a obtener las prioridades de la matriz de

comparaciones a través del vector columna  $P = \begin{bmatrix} \frac{1}{n} \sum_1^n a_{1j} \\ \frac{1}{n} \sum_1^n a_{2j} \\ \vdots \\ \frac{1}{n} \sum_1^n a_{nj} \end{bmatrix}$  que contendrá los

promedios de las filas, es decir se obtendrá el vector de prioridades de criterios

$P = \begin{bmatrix} P_{c11} \\ P_{c12} \\ \vdots \\ P_{c1n} \end{bmatrix}$ , la suma de los valores del vector prioridades de las de los criterios

debe ser igual a 1.

Las prioridades de las alternativas se obtienen elaborando las matrices que incorporan las prioridades de las alternativas respecto de los criterios:

	Criterio 1	Criterio 2...	Criterio m
Alternativa 1	$p_{11}$	$p_{12}$	$p_{1m}$
Alternativa 2	$p_{21}$	$p_{22}$	$p_{2m}$
...	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
Alternativa n	$p_{n1}$	$p_{n2}$	$p_{nm}$

Las matrices obtenidas son multiplicadas con las matrices de las vectores prioridad de los subcriterios respecto al criterio de jerarquía superior.

$$\begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1m} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \dots & p_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{c11} \\ P_{c12} \\ \vdots \\ P_{c1n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P'_{11} \\ P'_{12} \\ \vdots \\ P'_{1n} \end{bmatrix}$$

El proceso es cíclico hasta agotar las comparaciones de los elementos del modelo

### **1.3.2. Homogeneidad**

Dentro del marco axiomático que sustenta el Proceso de Análisis Jerárquico (AHP), el axioma de homogeneidad juega un papel crucial para asegurar la validez y la significancia de las comparaciones realizadas. Este axioma establece que los elementos que se comparan dentro de un mismo nivel de la jerarquía no deben diferir significativamente en cuanto a la característica o criterio específico bajo el cual se está realizando la comparación.

En otras palabras, para que las comparaciones pareadas sean significativas y el juicio del decisor sea preciso, los elementos que se están confrontando deben pertenecer a una escala de magnitud similar con respecto al criterio de evaluación. Si los elementos son demasiado dispares en su naturaleza o en su nivel de importancia bajo un criterio dado, las comparaciones subjetivas pueden volverse difíciles de realizar de manera consistente y confiable.

La razón fundamental detrás de este axioma es que la escala fundamental de Saaty, utilizada para expresar las preferencias relativas (de 1 a 9), está diseñada para capturar diferencias de importancia dentro de un rango razonable. Cuando se comparan elementos que son extremadamente diferentes, la capacidad de juicio del decisor para asignar un valor en esta escala se ve comprometida, y las comparaciones pueden volverse arbitrarias o carentes de sentido real.

Por ejemplo, al evaluar diferentes opciones de inversión basándose en el criterio de "costo", comparar una inversión de \$1,000 con una de \$1,000,000,000 directamente utilizando la escala de Saaty podría no reflejar adecuadamente la percepción de la diferencia por parte del decisor. La disparidad en la magnitud de los costos dificulta la aplicación de los niveles de preferencia definidos en la escala fundamental.

El cumplimiento del axioma de homogeneidad se logra, en la práctica del AHP, mediante una adecuada estructuración jerárquica del problema de decisión. Al descomponer el problema en niveles y agrupar elementos similares dentro de cada nivel, se asegura que las comparaciones pareadas se realicen entre

elementos que son relativamente homogéneos con respecto al criterio de evaluación del nivel superior.

El axioma de homogeneidad es esencial para la aplicabilidad y la validez de la metodología AHP. Al asegurar que las comparaciones se realicen entre elementos que son similares en magnitud bajo el criterio de evaluación, se promueve la consistencia en los juicios del decisor y se obtienen resultados más significativos y confiables en el proceso de toma de decisiones.

### **1.3.3. Dependencia**

Dentro de la estructura axiomática del Proceso de Análisis Jerárquico (AHP), el concepto de dependencia entre los elementos de la jerarquía es un punto importante, aunque en la formulación clásica del AHP se asume, idealmente, la independencia de los elementos en diferentes niveles. El axioma que aborda indirectamente esta cuestión es el axioma de la síntesis.

El axioma de la síntesis establece que los juicios acerca de las prioridades de los elementos en una jerarquía no deben depender de los elementos del nivel más bajo. En otras palabras, al comparar criterios en un nivel superior, su importancia relativa no debería estar condicionada por las alternativas específicas que se evalúan en los niveles inferiores. La idea subyacente es que la estructura de la jerarquía y las prioridades de los criterios se definen independientemente de las opciones concretas, sin embargo, es crucial señalar que el axioma de la síntesis es considerado rebatible y, en algunos análisis, no se aplica. La razón de esta crítica radica en que, en situaciones reales de toma de decisiones, puede existir dependencia entre la importancia de un objetivo y los elementos que se encuentran en los niveles inferiores.

Por ejemplo, al decidir sobre la importancia de los criterios para la compra de un automóvil (seguridad, precio, rendimiento), la relevancia del criterio "seguridad" podría verse influenciada por las alternativas específicas disponibles. Si todas las alternativas ofrecen niveles de seguridad muy similares y altos, el decisor podría considerar que la seguridad es menos discriminatoria y, por lo tanto, menos importante en la decisión final en comparación con el precio o el rendimiento que sí presentan mayor variabilidad entre las opciones.

En la práctica estándar del AHP, se busca estructurar la jerarquía de tal manera que se minimice la dependencia entre los niveles. Esto se logra definiendo criterios que sean lo más independientes posible entre sí y de las alternativas. La descomposición jerárquica del problema en subproblemas homogéneos ayuda a mitigar este problema al agrupar elementos similares en cada nivel, facilitando comparaciones más directas y menos influenciadas por elementos de otros niveles. Los elementos que son comparados no deben diferir en mucho en cuanto a la característica de comparación establecida, lo que se conoce como el axioma de homogeneidad.

Pese al esfuerzo por mantener la independencia, el reconocimiento de la potencial dependencia ha llevado al desarrollo de extensiones del AHP, como el *Analytic Network Process* (ANP), que permiten modelar explícitamente las interdependencias y las relaciones de retroalimentación entre los elementos de la decisión. Estas metodologías más avanzadas reconocen la complejidad de muchos problemas de decisión donde la independencia entre criterios y alternativas no es una suposición realista.

En resumen, si bien el AHP clásico se fundamenta en la relativa independencia entre los niveles de la jerarquía (tal como lo sugiere el axioma de la síntesis), la potencial dependencia de las prioridades de los niveles superiores con respecto a los elementos de los niveles inferiores es una limitación reconocida. Una estructuración cuidadosa de la jerarquía es fundamental para mitigar este problema en el AHP estándar, y para problemas donde la dependencia es significativa, existen metodologías como el ANP que ofrecen un marco más adecuado para su análisis.

## **1.4. Consistencia en el Análisis Jerárquico Multicriterio**

### **1.4.1. Índice de consistencia**

En AHP no exige transitividad cardinal en los juicios, esto es, permite un nivel de inconsistencia en el decisor al emitirlos. A pesar de esto, Saaty (1990) establece un método para medir el grado de inconsistencia entre las opiniones pareadas

dadas por el decisor. Si este es aceptable, se puede continuar con el proceso; caso contrario, se debe revisar y modificar los juicios dados.

La consistencia tiene dos propiedades: la relación transitiva y la proporcionalidad de las preferencias. La transitividad se origina al comparar dos o más valores; es decir, si  $w_1$  es mejor que  $w_2$  y  $w_2$  es mejor que  $w_3$ , se esperaría que  $w_1$  sea mejor que  $w_3$ . La proporcionalidad en juicios consistentes se daría si  $w_1$  es tres veces mejor que  $w_2$  y  $w_2$  es dos veces mejor que  $w_3$ , se esperaría que  $w_1$  sea seis veces mejor que  $w_3$ . Es decir, para la matriz  $[A]$ , se evidencia la consistencia cuando los pesos  $w_1 \dots w_n$ , son conocidos y se obtiene  $a_{ij} = w_i/w_j$ .

Los juicios de los decisores, que presentan variables cualitativas, llevan niveles de imprecisión e incertidumbre, que pueden generar inconsistencia en los resultados del método. Saaty (1980) define la consistencia de los juicios como la verificación del resultado  $a_{ik} = a_{ij} * a_{jk}$  para todo  $i, j, k$  de la matriz de comparaciones pareadas. Si los juicios del decisor fueran exactos, se cumpliría la ecuación indicada, siendo así consistente la matriz  $[A]$ .

Siendo  $a_{12}$  en la matriz  $[A]$  la razón que define la importancia entre la alternativa "1" y alternativa "2", Saaty, plantea lo siguiente:

$$\text{Alternativa 1} = w_1$$

$$\text{Alternativa 2} = w_2$$

$$\text{Donde } a_{12} = w_1/w_2 ;$$

Reemplazando cada  $a_{ij}$  en la matriz  $[A]$  se tiene:

$$[A] = \begin{bmatrix} w_1/w_1 & w_1/w_2 & \dots & w_1/w_n \\ w_2/w_1 & w_2/w_2 & \dots & w_2/w_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_n/w_1 & w_n/w_2 & \dots & w_n/w_n \end{bmatrix}$$

Considerando la línea "i" en la matriz de juicios:  $a_{i1}, a_{i2}, \dots a_{in}$  ; se multiplican los elementos de la línea por  $w_1, w_2, \dots w_n$  y se obtiene:

$$w_i/w_1 * w_1 = w_i \quad w_i/w_2 * w_2 = w_i \quad \dots \quad w_i/w_n * w_n = w_i$$

Aplicado a los juicios reales, se obtiene el vector línea, cuyos elementos representan la dispersión estadística del juicio dado sobre el valor  $w_i$ , por lo que se puede utilizar  $w_i$  como estimativa del promedio de los valores, teniendo:

$$Ideal: w_i = a_{ij} * w_j \text{ para } i, j = 1, 2, \dots, n$$

$$Real: w_i = 1/n * \sum_{j=1}^n a_{ij} * w_j \quad (12)$$

Se tiene entonces la matriz  $[A]$ , que contiene los juicios ideales, y la matriz  $[A']$ , que recoge las desviaciones generadas en un caso real. Para determinar si el nivel de consistencia es o no admisible, que la consistencia de una matriz es consistente, implica que existe un vector columna  $[w]$ , de pesos  $w_j$  para  $j = 1, 2, 3, \dots, n$ , donde:

$$w_i/w_j = a_{ij} \text{ y que } [A] * [w] = n * [w]$$

Sobre la base de la teoría de matrices se tiene:

$$\epsilon \lambda_i = \epsilon \alpha_{ii} = n$$

Al considerar pérdida de consistencia de la matriz  $[A]$  se genera una matriz  $[A']$  donde se cumple:

$$[A'] * [w'] = \lambda_{max} * [w'] \text{ y } \lambda_{max} \geq n\zeta$$

$$\lambda_{max} = [V] * [P]$$

$$\lambda_{max} = V = [v_1 \quad v_2 \quad \dots \quad v_n] * \begin{bmatrix} P_{c11} \\ P_{c12} \\ \vdots \\ P_{c1n} \end{bmatrix}$$

Donde:

$$\lambda_{max} = \text{es el valor característico promedio (valor escalar)}$$

$$n = \text{es el tamaño de matriz}$$

Cuando más parecido sea  $\lambda_{max}$  al número de alternativas que están siendo analizadas ( $n$ ), el juicio de valor es más consistente.

El índice de consistencia IC, que mide la dispersión de los juicios del decisor en la matriz  $[A]$ , planteado por Saaty, es:

$$IC = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1}$$

El AHP calcula la razón de consistencia como el índice de consistencia (IC) de [A] y el Índice de Consistencia Aleatorio (IA) (Tabla), así:

$$\text{La Relación de Consistencia } RC = \frac{IC}{IA}$$

Se considera que el decisor es aceptable cuando  $RC < 0.1$

**Tabla 2**  
*Índice de Consistencia Aleatoria (IA)*

No. Elementos que se comparan n)	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Índice de Consistencia Aleatorio IA)	0.5 2	0.8 9	1.1 1	1.2 5	1.3 5	1.4 0	1.4 5	1.4 9	1.5 2	1.5 4	1.5 6	1.5 8	1.5 9
Diferencias de primer orden	0.5 2	0.3 7	0.2 2	0.1 4	0.1 0	0.0 5	0.0 5	0.0 4	0.0 3	0.0 2	0.0 2	0.0 2	0.0 1

*Nota:* Relative measurement and its generalization in decision making why pairwise comparisons are central in mathematics for the measurement of intangible factors the analytic hierarchy/network process (Saaty, 2008).

La tercera fila de la tabla corresponde a las diferencias entre los números sucesivos de la segunda fila; para el número nueve (9) se observa que se presenta como punto límite más allá del cual las diferencias no son lo suficientemente sensibles para hacer cambios precisos en el juicio. Para más de nueve elementos o criterios de comparación, se recomienda dividir en grupos con un elemento común que pueda ser utilizado como pivote para combinar los pesos finales. Debido a la magnitud de los criterios inmersos en la resiliencia en dos de las ocho dimensiones, se analizarán más de nueve elementos, pero se respetarán estrictamente los valores establecidos como normativa en la tabla aleatoria y el correspondiente índice de consistencia.

### 1.5. Relación con la teoría matemática

La relación entre el AHP y la teoría matemática es fundamental e intrínseca, proporcionando al proceso un rigor analítico que lo distingue como herramienta multicriterio, a continuación, se establecen los principales nexos:

- **Álgebra Matricial:** El AHP se basa extensamente en operaciones de álgebra matricial para estructurar las comparaciones y derivar las prioridades. Las comparaciones pareadas se organizan en una matriz de comparación por pares. Esta matriz tiene características específicas: su diagonal principal contiene valores de 1, y los elementos simétricos son inversos entre sí.
- **Teoría de Autovalores y Autovectores:** El cálculo de los pesos (o prioridades) de cada elemento (requerimiento, criterio o indicador) se deriva del autovector asociado al autovalor máximo ( $\lambda_{\text{máx}}$ ) de la matriz de comparación. Este autovector normalizado representa la importancia relativa de cada elemento. Aunque el cálculo del autovector propio es el método preferido, también existen métodos aproximados, como la suma de los valores de cada fila de la matriz o la media geométrica de los elementos de cada fila, que luego se normalizan.
- **Medición de la Consistencia:** Una de las características matemáticas más destacadas del AHP es su capacidad para cuantificar la consistencia de los juicios emitidos. Esto es crucial debido a la naturaleza subjetiva de las comparaciones, así se tiene:
  1. **Índice de Consistencia (IC):** Se calcula utilizando el autovalor máximo ( $\lambda_{\text{máx}}$ ) de la matriz y el número de elementos comparados ( $n$ ). La fórmula es  $IC = (\lambda_{\text{máx}} - n) / (n - 1)$ .
  2. **Índice de Consistencia Aleatoria (IR):** Es la media de los IC de matrices generadas aleatoriamente del mismo tamaño.
  3. **Razón de Consistencia (RC):** Compara el IC obtenido con el IR ( $RC = IC / IR$ ). Generalmente, una CR menor a 0.1 (o 10%) es considerada aceptable, indicando que los juicios son lo suficientemente consistentes. Si es mayor, se deben reevaluar los juicios. El AHP no permite continuar el proceso si la consistencia no es aceptable, lo que asegura la fiabilidad de los resultados finales.
- **Teoría de Conjuntos Difusos (*Fuzzy AHP*):** Para abordar la imprecisión y subjetividad inherente en los juicios humanos, el AHP se ha extendido con la integración de la teoría de conjuntos difusos (*Fuzzy Set Theory*). En

lugar de valores exactos ("*crisp values*"), el *Fuzzy AHP* utiliza rangos de valores (números difusos triangulares, por ejemplo) para incorporar la incertidumbre del decisor. Esto permite una modelización más flexible de las preferencias, esta aplicación se verá más adelante.

- Clasificación de Metodologías de Decisión Multicriterio: El AHP se engloba dentro de la Teoría de Utilidad Multi-atributo (MAUT). Esto lo sitúa en un marco más amplio de modelos matemáticos para la toma de decisiones. Aunque es un método discreto, sus implementaciones pueden recurrir a formulaciones de programación por metas ponderadas para obtener los pesos. Además, el AHP se puede combinar con otras herramientas matemáticas como la Programación Lineal (LP), QFD, Metaheurísticas, Análisis SWOT y DEA.

En definitiva, la teoría matemática proporciona al AHP las herramientas y el marco conceptual para traducir juicios cualitativos y subjetivos en un sistema cuantitativo y verificable, permitiendo una evaluación sistemática y coherente de las alternativas en problemas complejos de decisión multicriterio.



**CAPITULO**

**02**

**METODOLOGÍA Y  
APLICACIONES DEL  
PROCESO ANALÍTICO  
JERÁRQUICO (AHP)**





# Metodología y Aplicaciones del Proceso Analítico

## Jerárquico (AHP)

### 2.1. Construcción de la Jerarquía en AHP

La construcción de la jerarquía es el punto de partida fundamental en la aplicación del Proceso de Análisis Jerárquico (AHP), ya que define la estructura lógica sobre la que se desarrollará todo el proceso de evaluación y priorización. En esta etapa, el objetivo es descomponer un problema complejo en niveles claramente diferenciados, de manera que cada uno contenga elementos homogéneos y directamente relacionados con el nivel superior.

El primer paso consiste en identificar con precisión el objetivo global o meta principal de la decisión. Este objetivo se sitúa en el nivel más alto de la jerarquía y representa el resultado final que se busca alcanzar. Una vez establecido, se determinan los criterios que influyen directamente en la consecución de dicho objetivo. Estos criterios constituyen el segundo nivel y pueden, dependiendo de la complejidad del problema, subdividirse en subcriterios, ubicados en un nivel intermedio para aportar mayor detalle y especificidad al análisis.

En el nivel más bajo de la jerarquía se ubican las alternativas o cursos de acción posibles, es decir, las opciones concretas que serán evaluadas con base en los criterios y subcriterios definidos. La disposición jerárquica no solo facilita la comprensión global del problema, sino que también permite evaluar cada elemento de forma independiente, reduciendo la complejidad del juicio y mejorando la calidad de las comparaciones.

Un aspecto clave en esta construcción es que la jerarquía debe reflejar de forma fiel y exhaustiva la naturaleza del problema, sin omitir factores relevantes ni incluir elementos redundantes. Una jerarquía bien diseñada asegura que el análisis posterior sea consistente, trazable y transparente, permitiendo que las prioridades resultantes representen con precisión las necesidades y expectativas de los decisores.

### 2.1.1. Criterios, subcriterios y alternativas

El AHP descompone un problema complejo en sus partes constitutivas más pequeñas y guía a los tomadores de decisiones a través de una serie de juicios de comparación por pares para expresar la fuerza relativa o la intensidad del impacto de los elementos dentro de la jerarquía. Una de sus ventajas es que permite medir criterios tanto cuantitativos como cualitativos utilizando una escala común y facilita la participación de diferentes personas o grupos de interés para generar un consenso.

La construcción de una jerarquía es fundamental en AHP y precede a la creación y valoración de las alternativas. Una mala elección de los aspectos a valorar puede no reflejar las preferencias o prioridades del decisor.

Los niveles básicos que conforman la estructura jerárquica en AHP son:

- Nivel Superior (Objetivo General o Meta): Representa el propósito principal o el objetivo global de la decisión. Es el nivel más alto de la jerarquía.
- Niveles Intermedios (Criterios y Subcriterios): Estos niveles desglosan el objetivo general en aspectos más detallados. Un problema puede subdividirse en subproblemas homogéneos para manejar su complejidad. Los criterios y subcriterios son los aspectos que se tendrán en cuenta en la decisión.
- Nivel Inferior (Indicadores y Alternativas):

Los indicadores son los aspectos más concretos y son evaluados directamente. Se crean funciones de valor para obtener valoraciones de 0 a 1 para todos los aspectos de la última ramificación del árbol de decisión. Los indicadores deben ser representativos de la decisión que se quiere tomar y discriminantes, es decir, deben enfocarse en las características que diferencian las alternativas.

Las alternativas son las diferentes opciones factibles para resolver el problema de decisión planteado. Pueden estar prefijadas o definirse durante el proceso. La valoración de las alternativas se realiza después de establecer el árbol de decisión, las funciones de valor y la asignación de pesos, lo que ayuda a evitar la subjetividad.

Se recomienda que el árbol de toma de decisión no tenga más de 3 o 4 ramificaciones y que el número de indicadores no supere los 20, ya que una cantidad excesiva puede diluir los resultados de los indicadores realmente importantes. Para una correcta estrategia, se aconseja que los requerimientos y criterios sean elegidos por los políticos o gestores, ya que ellos definen los aspectos más importantes y las líneas generales de mejora. Los indicadores, funciones de valor y asignación de pesos deben ser definidos por los técnicos debido a su carácter específico y a las características técnicas implicadas.

En el AHP, las preferencias se expresan mediante comparaciones por pares de todos los elementos homogéneos (criterios respecto a otros criterios del mismo nivel, alternativas respecto a un criterio específico). Estas comparaciones se realizan utilizando una escala numérica (como la escala de Saaty, que va de 1 a 9, con valores intermedios) donde 1 significa igual importancia y 9 significa importancia extrema. El método calcula un vector de pesos a partir de estas matrices de comparación por pares, que define la importancia de cada elemento. Además, incluye un mecanismo para verificar la consistencia de los juicios (índice de consistencia) y permite hacer correcciones si es necesario.

### **2.1.1.1. Ejemplos prácticos de jerarquías**

El AHP se ha aplicado en una amplia variedad de campos, incluyendo la planificación, asignación de recursos, resolución de conflictos, evaluación de proyectos, gestión empresarial, defensa nacional, transporte urbano y selección de proveedores, entre otros. A continuación, se presentan ejemplos de estructuras jerárquicas utilizadas en diferentes contextos:

a) Evaluación de la Sostenibilidad en Ingeniería Civil (Metodología MIVES):

- Objetivo General: Obtener el índice de valor de alternativas para evaluaciones sostenibles.
- Nivel 1: Requerimientos (aspectos principales que conforman la decisión).
- Nivel 2: Criterios y Subcriterios.
- Nivel 3: Indicadores (aspectos más concretos que se valoran directamente).
- Definición de las alternativas: Diferentes soluciones factibles al problema.

- b) Selección de un Sistema de Combustión para Taxis:
- Objetivo General: Seleccionar el mejor sistema de combustible.
  - Criterios: Economía, Potencia, Cuidado al Medio Ambiente, Vida útil del sistema.
  - Alternativas: Gasolina, Gas Natural Vehicular (GNV), A.C.P.M., Etanol.
- c) Evaluación del Talento Gerencial en la Industria de Empaque de Circuitos Integrados:
- Objetivo General: Establecer un nuevo modelo de evaluación del talento gerencial.
  - Dimensiones Clave (Criterios Principales): Habilidades conceptuales, habilidades interpersonales, habilidades de liderazgo, habilidades de administración, habilidades profesionales, características del personal, características de la capacidad, y características de la motivación.
  - Subindicadores: 39 subfactores (abreviados de un esquema inicial de 76 subindicadores).
  - Alternativas: No especificadas explícitamente en el extracto, pero el modelo permitiría la evaluación de diferentes individuos o enfoques.
- d) Selección de Sistemas Robóticos Industriales:
- Objetivo General: Selección del mejor sistema robótico industrial.
  - Atributos Principales: Económicos, Técnicos.
  - Sub-atributos (Económicos): Costos de Inversión, Costos de Operación.
  - Sub-sub-atributos (Costos de Inversión): Costos de Compra, Costos de Instalación, Herramientas Especiales.
  - Sub-sub-atributos (Costos de Operación): Mantenimiento, Mano de Obra, Costos de Capacitación.
  - Sub-atributos (Técnicos): Capacidad de Memoria, Velocidad, Número de Ejes, Precisión, Programabilidad, Repetibilidad, Carga de Trabajo.
  - Alternativas: AH1, AH2, AH3 (modelos de robots).
- e) Priorización de Fuentes de Energía Renovable en India:

- Objetivo General: Elegir la fuente de energía renovable más óptima para la producción sostenible de electricidad.
  - Parámetros (Criterios Principales): Técnico, Económico, Ambiental, Socio-político.
  - Criterios (ejemplos bajo los parámetros): Requerimiento de tierra, Emisión de CO<sub>2</sub>, Emisión de SO<sub>2</sub>, Emisión de NO<sub>x</sub>, Impacto en el ecosistema (Ambiental); Dependencia extranjera, Creación de empleo, Aceptación social, Aceptación política, Beneficios sociales (Socio-político); Costo nivelado de energía, Costo de capital, Costo de O&M, Costo de combustible (Económico); Factor de capacidad, Disponibilidad de combustible, Madurez tecnológica (Técnico).
  - Alternativas: Solar, Eólica en tierra, Eólica marina, Hidroeléctrica, Biomasa, Geotérmica, Oleaje.
- f) Selección de Trazado de Autopista:
- Objetivo General: Elegir el trazado de un tramo de autopista.
  - Criterios: Costo de ejecución, Impacto ambiental, Tiempo de ejecución.
  - Alternativas: Trazado A, Trazado B, Trazado C.
- g) Evaluación de Vulnerabilidad Urbana a Desastres Naturales (Terremoto):
- Objetivo General: Evaluar la vulnerabilidad urbana al riesgo sísmico.
  - Criterios: Minimizar funcionalidad de puentes, Minimizar funcionalidad de servicios de emergencia, Minimizar funcionalidad de hospitales, Minimizar funcionalidad de servicios eléctricos, Minimizar funcionalidad de carreteras, Maximizar costos de recuperación de edificios, Maximizar demanda de refugio, Maximizar cantidad de escombros, Maximizar porcentaje de área quemada.
  - Alternativas: No especificadas en el extracto, pero podrían ser diferentes escenarios de sismo o estrategias de mitigación.

Estos ejemplos ilustran cómo el AHP permite estructurar problemas de decisión complejos, desde la definición de un objetivo general hasta los indicadores más específicos y las alternativas a evaluar, facilitando un análisis sistemático y la incorporación de juicios de valor.

## 2.2. Cálculo de Pesos y Prioridades

A lo largo del libro hemos aprendido que el Proceso de Análisis Jerárquico (AHP) es, ante todo, una gramática para estructurar problemas complejos y traducir juicios subjetivos en información numérica accionable. Sin embargo, la potencia del método descansa en dos etapas críticas:

1. Asignar pesos y prioridades de forma matemáticamente coherente (garantizando consistencia).
2. Sintetizar esas prioridades para convertirlas en una decisión robusta, acompañada de un análisis de sensibilidad que revele cuán frágiles -o sólidas- son nuestras conclusiones.

### 2.2.1.El método del autovector principal

El método del autovector principal constituye la técnica matemática central del Proceso de Análisis Jerárquico (AHP) para derivar las prioridades relativas a partir de una matriz de comparaciones por pares. Basado en la teoría de valores y vectores propios, este método identifica el autovector asociado al mayor autovalor de la matriz, el cual representa de manera óptima la distribución de pesos que mejor refleja los juicios emitidos por el decisor. Su fortaleza radica en que, incluso cuando existen ligeras inconsistencias en las comparaciones, es capaz de proporcionar un conjunto de prioridades coherente y proporcional a las relaciones de importancia expresadas, sirviendo, así como puente entre la percepción subjetiva y un resultado cuantitativo sólido.

#### 2.2.1.1. Fundamento matemático

Dada una matriz de comparaciones por pares  $A = [a_{ij}]$  (recíproca y de orden  $n$ ), buscamos el vector de prioridades  $w$ , tal que

$$Aw = \lambda_{max} w, \quad \sum_{i=1}^n w_i = 1, \quad w_i > 0$$

donde  $\lambda_{max}$  es el mayor autovalor de  $A$ .

La interpretación intuitiva es simple: *el autovector principal representa la única distribución de pesos que “explica” todos los juicios simultáneamente.*

Saaty (1977, 1980) adoptó el enfoque de autovectores porque preserva la reciprocidad exacta cuando los juicios son perfectamente consistentes y minimiza (en promedio cuadrático) el error cuando no lo son.

**Tabla 2**

*Procedimiento paso a paso*

Paso	Acción	Detalle práctico
1	Construir la matriz A	Emplee la escala de 1-9 Revise reciprocidad $a_{ji} = 1/a_{ij}$
2	Normalizar por columnas	$a'_{ij} = a_{ij} / \sum_k a_{kj}$
3	Promediar por filas	$w_i = \text{Est } \frac{1}{n} \sum_j a'_{ij}$ e vector es una estimación inicial (método de suma normalizada).
4	Calcular $\lambda_{max}$	$\lambda_{max} = \sum_i [(Aw)_i / w_i] / n$
5	Iterar (opcional)	Use potencia o/ <i>Eigen</i> de software científico hasta converger.
6	Normalizar w	Para garantizar $\sum w_i = 1$ .

Nota: (Autores, 2025).

Ejemplo 1.- Selección de alternativa de puente vial (ingeniería civil)

Criterios (C1–C3): *Coste de ciclo de vida, Impacto ambiental, Durabilidad.*

Los expertos comparan así:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ \frac{1}{3} & 1 & 4 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{4} & 1 \end{bmatrix}$$

Normalización rápida:

Columna 1 suma  $1 + 1/3 + 1/5 \approx 1.531$  Col. 2  $\approx 4.25$ ; Col. 3  $\approx 10$ .

Vectores normalizados  $\rightarrow$

$$A' = \begin{bmatrix} 0.653 & 0.706 & 0.500 \\ 0.217 & 0.235 & 0.400 \\ 0.130 & 0.059 & 0.100 \end{bmatrix}$$

Promedio de filas  $\rightarrow w = [0.620, 0.284, 0.096]$

$\lambda_{max} \approx 3.083 \rightarrow$  se usará en la sección que analiza la consistencia.

Interpretación: El coste domina (62 %), seguido por impacto ambiental (28 %) y durabilidad (10 %). El ingeniero de proyecto puede ahora justificar presupuestos adicionales para soluciones de bajo impacto solo si el sobrecoste no modifica sustancialmente la relación 3:1 frente a la durabilidad.

### 2.2.1.2. Consistencia y ajuste de resultados

Índices de Consistencia

$$IC = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1}, \quad RC = \frac{IC}{IA}$$

- $IA$  es el índice aleatorio (Satty), ejemplo:  $IA_3 = 0.58$
- Regla práctica:  $RC < 0.10$  es aceptable (o  $< 0.05$  en sectores críticos como defensa o salud).

Para el puente vial:  $IC = \frac{3.083-3}{3-1} = 0.0415$ ;  $RC = \frac{0.0415}{0.58} = 0.072 \rightarrow$  consistente.

Estrategias de ajuste

1. Re-examen de juicios dominantes – modifique las celdas con mayor *tensión*  $e_{ij} = |a_{ij} - w_i/w_j|$ .
2. Método geométrico – recalcular pesos como
3. Ajuste por *least-squares* – optimizar  $\min \| \ln A - \ln (ww^T) \| F$ .
4. FAHP / intervalos – incorporar imprecisión y reducir obbligo de coherencia exacta.

Alerta de error: Correcciones a *ciegas* (p. ej. dividir todas las entradas por un factor) suelen deteriorar la rastreabilidad del modelo. Documente cada cambio y archive la matriz original.

### 2.2.1.3. Síntesis de Resultados

La prioridad global de la alternativa  $k$  se obtiene como suma ponderada de prioridades locales:

$$P_k = \sum_{i=1}^m w_i p_{ik}$$

donde  $w_i$  es el peso global del criterio  $i$  (obtenido en el nivel anterior) y  $p_{ik}$  la prioridad local de la alternativa  $k$  respecto al criterio  $i$ .

Ejemplo 2.- Selección de proveedor (cadena de suministros)

Tres proveedores (A, B, C); cuatro criterios (precio, calidad, plazo, sostenibilidad).

Los pesos globales (eigenvector nivel-criterio) son:

$$[0.40, 0.30, 0.20, 0.10].$$

**Tabla 3**

Matriz de prioridades locales (tras comparar proveedores por criterio)

Criterio	A	B	C
Precio	0.60	0.30	0.10
Calidad	0.25	0.50	0.25
Plazo	0.30	0.50	0.20
Sostenibilidad	0.10	0.20	0.70

Nota: (Autores, 2025).

Síntesis:

$$PA = 0.40(0.60) + 0.30(0.25) + 0.20(0.30) + 0.10(0.10) = 0.365$$

$$PB = 0.40(0.30) + 0.30(0.50) + 0.20(0.50) + 0.10(0.20) = 0.385$$

$$PC = 0.40(0.10) + 0.30(0.25) + 0.20(0.20) + 0.10(0.70) = 0.250$$

Resultado: B es preferido (38.5 %) pero A está muy cerca (36.5 %). El responsable de compras decide negociar con ambos para mejorar precio y sostenibilidad.

Buenas prácticas

- Neutralidad a escala: Convertir métricas físicas (kg CO<sub>2</sub>, USD, días) a prioridades locales antes de la síntesis.
- Chequeo de *dominancia* – si una alternativa es mejor o igual en todos los criterios, el resultado global debe reflejarlo (> 50 %).
- Trazabilidad: Conserve matriz por cada nodo; facilita auditoría y defensa ante partes interesadas.

Análisis de sensibilidad:

Toda decisión multicriterio depende de juicios inevitablemente subjetivos. El análisis de sensibilidad responde a:

- Robustez – ¿cambiaría la decisión si la importancia del coste pasa de 40 % a 35 %?
- Priorización futura – identifica criterios *palanca* donde la mejora incremental de una alternativa puede alterar el ranking.
- Gestión de incertidumbre – integra escenarios macroeconómicos, tecnológicos o regulatorios.

Metodologías

**Tabla 4**  
*Enfoques metodológicos*

Enfoque	Descripción	Cuándo usar
One-way (tornado)	Variar cada peso $\pm\Delta$ manteniendo otros constantes.	Presentaciones ejecutivas.
Multi-way	Simultáneamente alterar grupos de criterios (p. ej. todos los de sostenibilidad).	Evaluaciones ESG.
Monte-Carlo	Asuma distribuciones (Triangular, Beta) para los pesos y haga $10^4$ corridas.	Alta incertidumbre (I+D, start-ups).
Threshold	Calcular el punto de cruce donde la alternativa 2 supera a la 1.	Negociaciones competitivas.

*Nota:* (Autores, 2025).

Ejemplo 3.- Proyecto logístico

Suponiendo la tabla 2.2, el comité directivo quiere saber:

*¿Cuánto podría aumentar el peso de sostenibilidad antes de que el proveedor C supere al B?*

Condición de cruce  $P_C = P_B$

$$0.40(0.10) + 0.30(0.25) + 0.20(0.20) + w_s(0.70 - 0.20) = 0.385 - 0.365 = 0.020$$

$$w_s \geq \frac{0.020}{0.50} = 0.04$$

Es decir, la sostenibilidad debe pasar de 10 % a 14 % (+4 p.p.). Esto empodera al área de RSE para argumentar un ligero ajuste estratégico que alinee la cadena de suministro con la nueva política de carbono.

**Tabla 5**  
*Comparación crítica de métodos de ponderación*

Método	Cálculo	Ventajas	Limitaciones
Autovector principal	$Aw = \lambda_{max} w$	Teóricamente consistente; captura toda la matriz; CI/CR disponibles	Sensible a incoherencia; cálculo iterativo
Suma normalizada (Row Sum/Column Norm.)	Media de columnas normalizadas	Muy fácil en Excel; útil para <i>workshops</i> rápidos	No garantiza mín. de error cuadrático; sin índice de consistencia
Media geométrica	$w_i = \sqrt[n]{\prod_j a_{ij}}$	Relación log-lineal; mantiene recíprocos perfectos	Puede subestimar criterios extremos
Entropía	Basado en dispersión de datos reales	Objetivo; no requiere juicios	No incorpora preferencias subjetivas
Swing-weights SMART	/ Evaluación directa de rangos	Intuitivo para no expertos	Más adecuado a MAVT que a AHP; sin prueba de consistencia

Nota: (Autores, 2025).

Use el autovector cuando la matriz sea moderada (< 15 criterios) y la transparencia matemática sea deseable. Para encuestas masivas con tiempo limitado, la media geométrica ofrece un compromiso razonable, siempre que se verifique la lógica de juicios dominantes.

### 2.3. Buenas prácticas globales y errores frecuentes

1. Diseñe primero, juzgue después. La calidad de la jerarquía domina la precisión numérica.
2. Evite “criterios gemelos”. Si dos criterios se superponen (p. ej. fiabilidad y fallos), el usuario tenderá a respuestas espurias que inflan inconsistencia.
3. Documente fuentes y supuestos. Facilita la actualización y la defensa académica o legal.
4. No fuerce  $CR < 0.10$  a toda costa. Cambios cosméticos pueden esconder desacuerdos legítimos; discuta en grupo antes de ajustar.
5. Monte un dashboard de sensibilidad. Automatice cálculos para que el decisor experimente en tiempo real.
6. Integre cifras reales tan pronto como sea posible. El AHP no compite con el análisis financiero ni con LCA (Life-Cycle Assessment); los complementa.

El capítulo ha mostrado que calcular pesos y sintetizar resultados en AHP no se limita a “presionar un botón” en un software: requiere comprender la *lógica de la matriz*, aplicar pruebas de consistencia, ajustar cuando sea necesario y, sobre todo, *dialogar* con las partes interesadas mediante análisis de sensibilidad.

Dominar el método del autovector principal permite al analista justificar numéricamente por qué una alternativa sobresale sobre otra, mientras que el proceso de agregación y sensibilidad convierte esa justificación en una narrativa estratégica: “Elegimos B porque sigue siendo óptimo en un rango de  $\pm 5$  p.p. en los pesos de coste y sostenibilidad”.

Con las herramientas, ejemplos y alertas expuestas, el lector está preparado para construir modelos AHP sólidos, defenderlos ante auditores y, finalmente, tomar decisiones mejor fundadas en cualquier dominio profesional.

**CAPITULO**

**03**

**CONTRIBUCIONES  
DEL AHP A LA TOMA  
DE DECISIONES**





## **Contribuciones del AHP a la toma de decisiones**

El Proceso de Análisis Jerárquico (AHP) ha representado un avance significativo en el campo de la toma de decisiones multicriterio, al ofrecer una metodología estructurada que integra de manera equilibrada tanto datos objetivos como juicios subjetivos. Su principal contribución radica en la capacidad de descomponer problemas complejos en jerarquías claras, permitiendo a los decisores evaluar cada componente de forma independiente y sintetizar las preferencias en resultados cuantitativos consistentes. Esta flexibilidad lo hace aplicable a una amplia variedad de contextos, desde la planificación estratégica y la gestión de proyectos, hasta la selección de proveedores, la priorización de inversiones o la formulación de políticas públicas. Al incorporar mecanismos de verificación de la coherencia en los juicios, el AHP no solo mejora la calidad de las decisiones, sino que también aporta transparencia y trazabilidad al proceso, fortaleciendo la legitimidad de las conclusiones alcanzadas.

### **3.1. Ventajas de AHP frente a otros métodos multicriterio**

El AHP se erige como una herramienta de apoyo diseñada para la resolución de problemas de decisión complejos, permitiendo a quienes toman las decisiones optar por elecciones más informadas en presencia de múltiples criterios. La validez general del AHP se cimenta en la vasta y diversa gama de aplicaciones que ha tenido en la resolución de problemas de toma de decisiones.

Una de las ventajas más prominentes y distintivas del AHP, que lo diferencia notablemente de otras metodologías multicriterio, radica en su capacidad intrínseca para estructurar la información de un problema de forma jerárquica. Este enfoque se traduce en la descomposición de un problema complejo en subproblemas más pequeños y manejables. Dicha organización se inicia con la definición de un objetivo general, para luego ramificarse en criterios, subcriterios y, finalmente, en las alternativas. La metodología AHP, en su esencia, facilita la organización eficiente de la información, permitiendo desglosar y analizar un problema por partes, sin perder de vista el objetivo global ni las

interdependencias entre los factores que lo componen. Esta visión sistémica es fundamental, ya que, si bien el análisis se realiza por descomposición jerárquica, la solución resultante se orienta hacia la totalidad del sistema, no hacia sus particularidades aisladas. La estructuración jerárquica no solo simplifica el entendimiento del problema, sino que también ofrece una visión panorámica de los actores, sus objetivos y propósitos, permitiendo analizar el efecto de los cambios en un nivel superior sobre los niveles inferiores. Es crucial destacar que esta estructuración del problema permite abordar y resolver situaciones de complejidad intrínseca, un aspecto que Saaty mismo buscó resolver con este método. Un ejemplo práctico de esta aplicación se observa en el método MIVES, que integra el AHP en su fase de asignación de pesos, donde la delimitación de la decisión y la introducción del árbol de toma de decisión son pasos iniciales que reflejan esta estructura jerárquica.

Otro punto fuerte del AHP es su habilidad para cuantificar juicios subjetivos y elementos cualitativos, lo cual es de vital importancia en escenarios donde la información precisa es escasa o las percepciones humanas desempeñan un papel preponderante. El método permite traducir las opiniones y juicios gerenciales o de expertos sobre la importancia relativa de criterios en conflicto, así como las preferencias subjetivas, incluso aquellas expresadas verbalmente, en valores numéricos concretos. Esto se logra mediante una escala de comparación propuesta por Saaty, que incluye valores desde la igualdad de importancia hasta la importancia absoluta, con valores intermedios para situaciones menos definidas. La escala es clara y ofrece una gran amplitud para las comparaciones, lo que la hace sencilla de aplicar para el tomador de decisiones. Además, el AHP permite realizar mediciones tanto de factores subjetivos como objetivos a partir de estimaciones numéricas, verbales o gráficas, lo que le confiere una gran flexibilidad y versatilidad para diversas aplicaciones en campos muy disímiles. Esta capacidad es particularmente valiosa en problemas complejos donde los aspectos cualitativos y la inherente vaguedad de las percepciones de los expertos son elementos cruciales en el proceso de decisión. Por ejemplo, en el análisis de selección del mejor sistema de combustible para taxis, el AHP permitió a los gerentes, quienes eran expertos en la materia, cuantificar criterios cualitativos como el "Cuidado del Medio

Ambiente" junto con criterios cuantitativos como la "Economía", lo que demuestra la versatilidad del método para integrar diferentes tipos de información. Esta habilidad para manejar y convertir juicios subjetivos a números ha sido destacada como una fortaleza clave, haciendo que el AHP sea adaptable incluso en escenarios de alta incertidumbre.

El AHP no solo se basa en juicios cualitativos, sino que también está respaldado por un sólido sustento matemático. Utiliza comparaciones pareadas y álgebra matricial para determinar los pesos de los criterios y las alternativas. Este fundamento matemático es clave para el cálculo de los "vectores de pesos" o prioridades, que se obtienen a partir de la matriz de comparaciones por pares. La validez del AHP no solo reside en la aplicación de estos cálculos, sino también en su mecanismo incorporado para verificar la consistencia de los juicios emitidos por el tomador de decisiones o los expertos. Este mecanismo se evalúa a través de un índice de consistencia (CR), donde un valor inferior a 0.10 se considera aceptable. Si el CR supera este umbral, se requiere que los juicios sean reevaluados para asegurar la coherencia. Esta prueba estadística de consistencia es fundamental, ya que aumenta la fiabilidad de los resultados finales y permite confiar en las elecciones que arroja la metodología. La aplicación práctica ha demostrado que, gracias a este componente, el AHP solo acepta valoraciones de juicio que sean consistentes, impidiendo la continuación del proceso si existe una falla en dicha valoración. El método del autovalor máximo, sugerido por Saaty, es una de las vías para calcular este vector de pesos, junto con otros métodos aproximados como la media geométrica. Este rigor matemático y la capacidad de autocorrección hacen del AHP una herramienta robusta y confiable en la toma de decisiones.

La flexibilidad y adaptabilidad del AHP lo convierten en una metodología sumamente versátil, aplicable en un amplio espectro de problemas complejos de toma de decisiones. Su utilidad se extiende a áreas como la planificación, la asignación de recursos, la gestión de proyectos, la evaluación de proveedores, la selección de sistemas de combustible, el análisis de riesgo, la evaluación de talento gerencial y la localización de instalaciones, entre otros. El AHP puede manejar una diversidad de contextos, lo que lo hace muy valioso para la toma de decisiones complejas en la vida real. Además, su diseño permite la combinación

con otras herramientas y técnicas de toma de decisiones. Se ha combinado exitosamente con la programación matemática, el Despliegue de la Función de Calidad (QFD), metaheurísticas, el análisis DAFO (SWOT) y el Análisis Envolvente de Datos (DEA). Esta capacidad de integración demuestra su naturaleza complementaria, permitiendo que el AHP sirva como complemento o insumo para otras técnicas de optimización o análisis multivariado. Por ejemplo, en la selección de fuentes de energía renovable, se ha utilizado una metodología integrada de DEA y Fuzzy AHP, donde el Fuzzy AHP se encarga de gestionar las incertidumbres en las evaluaciones de expertos y determinar los pesos de los criterios. Esta capacidad de trabajar en conjunto con otras metodologías refuerza su poder y utilidad en la resolución de problemas de decisión complejos.

AHP se destaca por su utilidad en la facilitación del consenso en decisiones grupales. En situaciones donde intervienen múltiples agentes con diferentes puntos de vista, el AHP proporciona un marco para extraer opiniones con las que la mayoría de los expertos y tomadores de decisiones pueden estar de acuerdo. Esto mejora la efectividad y la fiabilidad del proceso de evaluación, permitiendo la inclusión de la participación de diversas personas o grupos de interés. Herramientas como seminarios, encuestas y entrevistas son valiosas para incorporar los intereses y posturas de terceros en la fase de delimitación de la decisión y en la construcción del árbol de toma de decisiones. El AHP no solo ayuda a generar consenso, sino que también, al tener una estructura jerárquica, sistematiza los factores influyentes que comúnmente se encuentran en una relación compleja, lo que alivia la carga de los tomadores de decisiones y clarifica sus intenciones. Además, su capacidad para articular las declaraciones de cada experto o estudioso de manera jerárquica y sistemática, contribuye a la efectividad y fiabilidad del proceso de evaluación colectiva.

### **3.2. Comparación con métodos como TOPSIS y ELECTRE**

Si bien el AHP posee estas notables ventajas, es fundamental compararlo con otras metodologías multicriterio ampliamente utilizadas, como TOPSIS y ELECTRE, para comprender sus particularidades y el contexto en el que cada una brilla. No existe un método multicriterio universalmente "superior", ya que la

elección idónea depende en gran medida de las características específicas del problema y de las preferencias del decisor.

### **3.2.1.AHP frente a TOPSIS**

El TOPSIS, o "Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution" (Técnica para la Preferencia de Orden por Similitud a la Solución Ideal), propuesto por Hwang y Yoon en 1981, opera bajo un concepto fundamentalmente distinto al AHP. Mientras que TOPSIS busca la alternativa que esté más cerca de una "solución ideal" y más lejos de una "solución anti-ideal" o "peor", el AHP clasifica las alternativas en función de la importancia relativa obtenida a partir de comparaciones pareadas. La solución ideal en TOPSIS se construye a partir de los mejores valores de rendimiento observados para cada atributo, y la solución anti-ideal de los peores. TOPSIS puede ofrecer una "idea de la optimidad".

Una diferencia fundamental reside en la estructura jerárquica y el uso de comparaciones pareadas. El AHP utiliza inherentemente una estructura jerárquica para descomponer el problema, y su mecánica se basa en las comparaciones por pares de todos los elementos para determinar sus pesos. En el TOPSIS estándar, este tipo de comparación pareada entre atributos o alternativas no es un requisito, aunque la ponderación de atributos es una opción. Sin embargo, la literatura reciente ha visto el desarrollo de una "TOPSIS jerárquica difusa" que busca integrar la consideración de jerarquías, intentando así beneficiarse de la superioridad que ofrece una estructura jerárquica en problemas multiatributo. A pesar de esto, el AHP tiene esta capacidad integrada desde su concepción original.

En cuanto al manejo de la imprecisión y la incertidumbre, el AHP "crisp" (no difuso) originalmente no maneja la imprecisión en las comparaciones pareadas, pero esta limitación ha sido superada con el desarrollo del AHP Difuso (Fuzzy AHP). El Fuzzy AHP es particularmente eficaz para gestionar información imprecisa y juicios subjetivos de expertos, haciendo que sea una elección adaptable cuando la incertidumbre es un factor crucial. Permite a los tomadores de decisiones dar juicios en intervalos en lugar de valores fijos, lo que es más natural dada la naturaleza difusa del proceso de comparación. TOPSIS también

cuenta con versiones difusas (Fuzzy TOPSIS). Sin embargo, el Fuzzy AHP es señalado por su capacidad de descomponer problemas complejos en jerarquías claras, y por ser particularmente hábil para manejar la vaguedad inherente a las preferencias humanas a través de números difusos, especialmente cuando los métodos como TOPSIS requieren mediciones exactas. La integración del Fuzzy AHP con otras herramientas, como DEA, demuestra su robustez para asignar pesos a los parámetros y abordar las incertidumbres en los juicios de expertos.

La elección entre AHP y TOPSIS a menudo se reduce a la necesidad de una estructura jerárquica explícita y la preferencia por cuantificar juicios subjetivos mediante comparaciones pareadas (AHP) versus la búsqueda de una solución óptima por distancia a puntos ideales/anti-ideales (TOPSIS). Mientras AHP se enfoca en la importancia relativa y la consistencia de los juicios, TOPSIS se centra en la proximidad a soluciones ideales y la distancia a soluciones anti-ideales.

### **3.2.2.AHP frente a ELECTRE**

ELECTRE (Élimination Et Choix Traduisant la Réalité) es un método de "sobrecategorización" (outranking) que difiere fundamentalmente del AHP en su enfoque para la toma de decisiones multicriterio. A diferencia del AHP, que establece preferencias y calcula pesos a partir de comparaciones pareadas, ELECTRE se enfoca en establecer una relación binaria entre alternativas para determinar cuáles "sobrecategorizan" a otras, dividiendo el conjunto de soluciones en un "núcleo" de alternativas factibles y más favorables, y otro de las menos favorables. Esto se logra mediante la evaluación de índices de concordancia (qué tan a menudo una alternativa supera a otra) y discordancia (qué tan a menudo una alternativa es significativamente peor que otra).

Una distinción metodológica crucial entre AHP y ELECTRE radica en la asunción de transitividad de las preferencias. ELECTRE no asume necesariamente la transitividad (si A es preferido a B, y B a C, no necesariamente A es preferido a C). Esta característica se considera una fortaleza en situaciones donde las razones de preferencia pueden variar significativamente entre pares de alternativas, permitiendo reconocer que las motivaciones para preferir una alternativa a otra pueden ser diversas y no lineales. En contraste, el AHP, al ser

un método aditivo basado en la teoría de la utilidad, sí implica la transitividad de las preferencias.

La subjetividad en la fijación de umbrales es otro punto de divergencia significativo. ELECTRE requiere que el tomador de decisiones fije umbrales mínimos de concordancia y máximos de discordancia. La determinación de estos umbrales conlleva una fuerte carga subjetiva y puede influir sustancialmente en la solución final. A menudo, esto exige un análisis de sensibilidad y ajustes iterativos para obtener un núcleo de soluciones deseado. La problemática de que, para los valores iniciales, el núcleo pueda estar vacío o contener todas las alternativas, llevando a una arbitrariedad en el tamaño final del núcleo, es una crítica notable a ELECTRE. Aunque el AHP también implica subjetividad en sus comparaciones pareadas, su mecanismo de consistencia incorporado ayuda a mitigar este riesgo, proporcionando una verificación matemática de la coherencia de los juicios.

En términos de complejidad operativa y facilidad de comprensión, la mecánica de ELECTRE es descrita como "prolija" o tediosa, y su comprensión puede resultar difícil debido a la construcción de matrices de concordancia y discordancia. Esto contrasta con el AHP, que es elogiado por su simplicidad y por ser "sencillo de aplicar". El AHP facilita la comprensión al descomponer el problema en una estructura jerárquica clara y al utilizar una escala de valoración universal.

ELECTRE también tiene la capacidad de reconocer y manejar situaciones donde la información es insuficiente para comparar directamente alternativas, tratándolas como "incomparables". Además, una crítica señalada para ELECTRE es que carece de una base axiomática sólida, lo que puede hacer que las clasificaciones de alternativas sean cuestionables o arbitrarias. Por el contrario, el AHP se asienta en un conjunto de principios y axiomas que le confieren un fundamento teórico robusto.

Es importante mencionar que el AHP puede servir como un componente clave dentro de otras metodologías más amplias. Un ejemplo claro es el Modelo Integrado de Valor para Evaluaciones Sostenibles (MIVES), que es una metodología de toma de decisiones multicriterio para la evaluación de

alternativas en ingeniería civil. MIVES está estructurado en diversas fases que incluyen la delimitación de la decisión, la introducción del árbol de toma de decisión, la creación de funciones de valor y la asignación de pesos. En esta última fase, cuando la asignación directa de pesos no es posible o clara, MIVES recurre a metodologías como el AHP. Una característica distintiva de MIVES, que también resalta una ventaja indirecta del AHP en su aplicación, es que el planteamiento de todo el modelo de valoración (definición de aspectos y cómo serán valorados) es anterior a la creación y valoración de las alternativas. Esto evita cualquier influencia subjetiva de las valoraciones de las alternativas en la toma de decisión inicial, asegurando que las decisiones se tomen cuando se define el modelo de valoración. Esta integración demuestra cómo la capacidad del AHP para cuantificar juicios y asegurar la consistencia es valiosa dentro de procesos de evaluación más amplios y estructurados.

### **3.3. Aplicaciones Clásicas del AHP**

#### **3.3.1. Planificación estratégica**

Caso: Priorizar iniciativas estratégicas 2026–2030 en una universidad pública de Ecuador

Contexto. La Universidad Pública de Ecuador (UPE) debe seleccionar la iniciativa estratégica prioritaria para el periodo 2026–2030, alineada a su Plan de Desarrollo Institucional y a los requerimientos de evaluación y acreditación nacionales. La UPE enfrenta restricciones típicas de financiamiento público anual, capacidad docente/administrativa limitada y cumplimiento normativo vigente.

Objetivo (Meta AHP). Determinar la prioridad relativa de tres iniciativas estratégicas para orientar la asignación de recursos 2026–2030.

Alternativas (A):

A1. Fortalecer laboratorios y acreditación de carreras.

A2. Centro de investigación aplicada y transferencia tecnológica.

A3. Programa de becas y permanencia estudiantil.

Criterios de decisión (C):

C1. Calidad Académica (mejora curricular, resultados de aprendizaje, acreditación).

C2. Investigación e Innovación (producción científica, vinculación I+D con el entorno).

C3. Vinculación con la Sociedad (impacto territorial, pertinencia social).

C4. Sostenibilidad Financiera/Operativa (costos de inversión/operación, capacidad de implementación).

Restricciones y supuestos del caso:

- Presupuesto anual acotado por asignación fiscal; inversiones escalonadas.
- Capacidad de planta docente/administrativa limitada para nuevas cargas.
- Cumplimiento de normativa y calendarios de evaluación/acreditación. *(Las restricciones contextualizan los juicios, pero la priorización se realiza con AHP).*

Método a utilizar (AHP clásico):

1. Jerarquía: Meta → Criterios (C1–C4) → Alternativas (A1–A3).
2. Comparaciones por pares con la escala fundamental 1–9 de Saaty; reciprocidad  $a_{ij} = \frac{1}{a_{ji}}$  y diagonal  $a_{ii} = 1$ .
3. Cálculo de pesos por vector propio (aceptando la media geométrica por fila como aproximación) y normalización.
4. Consistencia: calcular  $IC = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1}$ ,  $RC = \frac{IC}{IA}$  Criterio de aceptación:  $RC < 0.10$ .
5. Síntesis: combinar pesos de criterios con prioridades locales de alternativas para obtener prioridades globales y ranking.

6. Sensibilidad: variar  $\pm 5$  p.p. los pesos de C1 y C2 para identificar posibles cambios de liderazgo.

Equipo decisor. Vicerrectorados Académico, de Investigación, de Vinculación y Administrativo, con la Dirección de Planificación.

Desarrollo:

Objetivo y alcance (Meta AHP)

Meta: Priorizar la cartera de iniciativas estratégicas 2026–2030 de una universidad pública ecuatoriana considerando restricciones típicas: presupuesto anual limitado, capacidad docente/administrativa y cumplimiento normativo de evaluación/acreditación.

Alternativas:

A1: Fortalecer laboratorios y acreditación de carreras

A2: Centro de investigación aplicada y transferencia tecnológica

A3: Programa de becas y permanencia estudiantil

Criterios:

C1: Calidad Académica

C2: Investigación e Innovación

C3: Vinculación con la Sociedad

C4: Sostenibilidad Financiera/Operativa

Jerarquía

**Tabla 6**

*Jerarquía: Meta → Criterios (C1–C4) → Alternativas (A1–A3)*

Nivel	Código	Elemento
Meta	M	Priorizar iniciativas estratégicas 2026–2030
Criterio	C1	Calidad Académica
Criterio	C2	Investigación e Innovación
Criterio	C3	Vinculación con la Sociedad
Criterio	C4	Sostenibilidad Financiera/Operativa
Alternativa	A1	Laboratorios y acreditación
Alternativa	A2	Centro de investigación aplicada
Alternativa	A3	Becas y permanencia

Nota: (Autores, 2025).

Comparaciones por pares (escala de Saaty 1–9, reciprocidad)

Reglas:  $a_{ij} = \frac{1}{a_{ji}}$  y diagonal  $a_{ii} = 1$  Escala 1–9 (1=igual, 3=moderada, 5=fuerte, 7=muy fuerte, 9=extrema; 2,4,6,8 intermedios).

Matriz de criterios (4×4)

	<b>C1</b>	<b>C2</b>	<b>C3</b>	<b>C4</b>
<b>C1</b>	1	2	3	4
<b>C2</b>	1/2	1	2	3
<b>C3</b>	1/3	1/2	1	2
<b>C4</b>	1/4	1/3	1/2	1

Cálculo de pesos y consistencia

Métodos:

- Vector propio:  $Aw = \lambda \max w$ ,  $\hat{w} = \frac{w}{\sum w}$
- Aproximación (aceptada): media geométrica por fila

$$w_i = \left( \prod_{j=1}^n a_{ij} \right)^{1/n}, \hat{w} = \frac{w_i}{\sum_k w_k}$$

$$\text{Consistencia: } \lambda \max \approx \frac{1}{n} \sum_i \frac{(A\hat{w})_i}{\hat{w}_i}, IC = \frac{\lambda \max - n}{n-1}, RC = \frac{IC}{IA}$$

Tabla RI (extracto):  $IA_3 = 0.52, IA_4 = 0.89$ .

Pesos de criterios (por media geométrica; verificación con vector propio)

Productos por fila y medias geométricas:

$$C1: (1 * 2 * 3 * 4)^{\frac{1}{4}} = 24^{\frac{1}{4}} = 2,2134$$

$$C2: \left( \frac{1}{2} * 1 * 2 * 3 \right)^{\frac{1}{4}} = 3^{\frac{1}{4}} = 1,3161$$

$$C3: \left( \frac{1}{3} * \frac{1}{2} * 1 * 2 \right)^{\frac{1}{4}} = \left( \frac{1}{4} \right)^{\frac{1}{4}} = 0,7598$$

$$C4: \left(\frac{1}{4} * \frac{1}{3} * \frac{1}{2} * 1\right)^{\frac{1}{4}} = 24^{-\frac{1}{4}} = 0,4518$$

Normalización (criterios):

Criterio	Peso w
<b>C1</b>	0.4673
<b>C2</b>	0.2772
<b>C3</b>	0.1601
<b>C4</b>	0.0954

Consistencia (criterios):

$$A_c \hat{w} = (1.8836, 1.1173, 0.6453, 0.3847)$$

$$\lambda_i = (A \hat{w})_i / \hat{w}_i = (4.0308, 4.0305, 4.0304, 4.0322)$$

$$\lambda_{max} = 4.0310$$

$$IC = (4.0310 - 4) / 3 = 0.01033$$

$$RC = 0.01033 / 0.89 = 0.0116 < 0.10 \checkmark$$

Matrices de alternativas por criterio (3x3) y sus consistencias

### C1: Calidad Académica

Matriz  $A_{C1}$

	<b>A1</b>	<b>A2</b>	<b>A3</b>
<b>A1</b>	1	3	4
<b>A2</b>	1/3	1	2
<b>A3</b>	1/4	1/2	1

Pesos (media geométrica, luego vector propio):

A1 0.6254

A2 0.2386

A3 0.1360

Consistencia:  $\lambda_{max} \approx 3.018$ ,  $IC = 0.00915$ ,  $RC = 0.0176 < 0.10 \checkmark$

### C2: Investigación e Innovación

Matriz  $A_{C2}$

	<b>A1</b>	<b>A2</b>	<b>A3</b>
<b>A1</b>	1	1/4	3
<b>A2</b>	4	1	5
<b>A3</b>	1/3	1/5	1

Pesos

A1 0.2256

A2 0.6735

A3 0.1009

Consistencia:  $\lambda_{\max} \approx 3.086$ ,  $IC=0.0429$   $RC = 0.082 < 0.10 \checkmark$

### **C3: Vinculación con la Sociedad**

*Matriz  $A_{C3}$*

	<b>A1</b>	<b>A2</b>	<b>A3</b>
<b>A1</b>	1	1/2	1/4
<b>A2</b>	2	1	1/2
<b>A3</b>	4	2	1

Pesos:

A1 0.1429

A2 0.2857

A3 0.5714

Consistencia:  $\lambda_{\max} = 3.000$   $IC=0.000$   $RC=0.000 \checkmark$

### **C4: Sostenibilidad Financiera/Operativa**

*Matriz  $A_{C4}$*

	<b>A1</b>	<b>A2</b>	<b>A3</b>
<b>A1</b>	1	2	1/2
<b>A2</b>	1/2	1	1/4
<b>A3</b>	2	4	1

Pesos:

A1 0.2857

A2 0.1429

A3 0.5714

Consistencia:  $\lambda_{max} = 3.000$  CI=0.000 RC=0.000  $\checkmark$

**Tabla 7**  
Prioridades locales por criterio (resumen) - Cada columna suma 1

Criterio	A1	A2	A3
C1	0.6254	0.2386	0.1360
C2	0.2256	0.6735	0.1009
C3	0.1429	0.2857	0.5714
C4	0.2857	0.1429	0.5714

Nota: (Autores, 2025).

**Tabla 8**  
Síntesis global (pesos de criterios  $\times$  prioridades locales)

Contribución	A1	A2	A3
C1·w	$0.4673 \cdot 0.6254 = 0.2923$	$0.4673 \cdot 0.2386 = 0.1115$	$0.4673 \cdot 0.1360 = 0.0638$
C2·w	$0.2772 \cdot 0.2256 = 0.0625$	$0.2772 \cdot 0.6735 = 0.1867$	$0.2772 \cdot 0.1009 = 0.0279$
C3·w	$0.1601 \cdot 0.1429 = 0.0229$	$0.1601 \cdot 0.2857 = 0.0457$	$0.1601 \cdot 0.5714 = 0.0915$
C4·w	$0.0954 \cdot 0.2857 = 0.0273$	$0.0954 \cdot 0.1429 = 0.0136$	$0.0954 \cdot 0.5714 = 0.0545$
<b>Total</b>	<b>0.4049</b>	<b>0.3576</b>	<b>0.2378</b>

Nota: (Autores, 2025).

Prioridad global ( $A_k$ ) =  $\sum_{i=1}^4 w(C_i) * w(A_k|C_i)$

Con  $w(C)=(0,4673; 0,272772; 0,1601; 0,0954)$ :

Ranking final: A1 (1º) > A2 (2º) > A3 (3º).

**Tabla 9**  
Análisis de sensibilidad ( $\pm 5$  p.p. en C1 y C2)

Escenario	w(C1)	w(C2)	A1	A2	A3	Ranking
Base	0.4673	0.2772	0.4049	0.3576	0.2378	A1 > A2 > A3
C1 + 5 p.p.	0.5173	0.2272	0.4249	0.3358	0.2393	A1 > A2 > A3
C1 - 5 p.p.	0.4173	0.3272	0.3849	0.3793	0.2358	A1 > A2 > A3

Nota: (Autores, 2025).

Punto de cruce A1=A2:

Con  $w(C3)$ ,  $w(C4)$  fijos, resolver:  $w_1(0,6254 - 0,2386) + (S - w_1)(0,2256 - 0,6735) + w_3(0,1429 - 0,2857) + w_4(0,2857 - 0,1429) = 0$ ,

donde  $S = 1 - w_3 - w_4 = 0,7445$ . Se obtiene:  $w_1^* \approx 0,4107$

Si  $w(C1) < 41,1\%$  (y  $w(c2) > 33,4\%$ ), A2 supera a A1

Lectura: La preferencia por A1 es robusta ante variaciones  $\pm 5$  p.p.; sólo un cambio  $>5.6$  p.p. reduciendo  $w(C1)$  favorece a A2.

Conclusión:

- Recomendación: A1 Fortalecer laboratorios y acreditación es la opción prioritaria global (0.405), seguida de A2 (0.358).
- Implicación de política: Si la rectoría decidiera enfatizar Investigación (C2) recortando  $w(C1)$  por debajo de  $\sim 41\%$ , A2 pasaría a liderar.
- Riesgos y supuestos: plazos y costos de infraestructura (A1/A2), sostenibilidad presupuestaria de becas (A3), disponibilidad de personal técnico/docente, cumplimiento normativo.

Datos a afinar: cronogramas de implementación, metas de acreditación, producción científica, y tasas de retención.

### **3.3.2. Resolución de conflictos**

Antecedentes. La Universidad Pública “UPE” atiende  $\sim 23.000$  estudiantes, con  $\sim 1.900$  docentes y  $\sim 900$  administrativos. El convenio colectivo vence en diciembre de 2025. En los últimos dos años hay presión presupuestaria, alzas de costos y exigencias de acreditación/calidad, con percepciones de sobrecarga y asimetrías entre unidades.

Origen del conflicto. El sindicato solicita incremento salarial 7–10%, garantías de estabilidad/no represalias, capacitación y renovación de equipos, además de revisar carga e incentivos. El empleador (Rectorado) prioriza continuidad académica, respeto a topes salariales públicos y alineación con metas institucionales. Se amenaza paro escalonado en matrícula, elevando riesgos reputacionales y financieros.

Actores e intereses. Sindicato (mejoras económicas, condiciones, transparencia); Rectorado (sostenibilidad financiera, cumplimiento legal, continuidad); Decanatos (equilibrio de carga/recursos); Estudiantes (clases y titulación oportunas); Órganos de control (observancia normativa); Medios/opinión pública (imagen).

Impactos potenciales. Académicos (suspensión de clases, retrasos de evaluación/titulación); Financieros (sustituciones, horas extra, penalidades); Reputacionales (confianza de comunidad y postulantes); Operativos (congestión de servicios críticos).

Marco y restricciones. Sujeción a normativa laboral pública; presupuesto limitado para negociación/terceros (≈ USD 25–40 mil); ventana enero–abril 2026 para no afectar calendario; exigencia de transparencia y trazabilidad.

Información disponible. Histórico de conflictos y tiempos de resolución; ejecución/proyección de RR.HH. 2026; calendario con puntos críticos; directorio y disponibilidad de mediadores acreditados.

Problema a decidir. Seleccionar la estrategia de resolución (p. ej., negociación integrativa, mediación externa o arbitraje vinculante) que maximice legitimidad y sostenibilidad y minimice tiempo y costo, garantizando cumplimiento normativo en el contexto institucional descrito.

Desarrollo:

Objetivo (meta AHP): Seleccionar la estrategia de resolución que maximice legitimidad, rapidez, cumplimiento, sostenibilidad de la relación y costo razonable.

Partes e intereses (resumen):

- Sindicato: mejoras salariales, estabilidad, transparencia, no represalias.
- Empleador (rectorado): continuidad académica, sostenibilidad financiera, cumplimiento legal, paz laboral.
- Contexto: negociación anual del convenio colectivo; riesgo de huelga y presión mediática.

Alternativas (estrategias):

A1: Negociación integrativa en mesa paritaria (comité mixto, criterios transparentes).

A2: Mediación externa con tercero neutral acreditado.

A3: Arbitraje vinculante (laudo por comité/tribunal competente).

Criterios (5):

C1 Legitimidad percibida (aceptación por las partes).

C2 Tiempo de resolución.

C3 Costo total del proceso.

C4 Cumplimiento legal y normativo.

C5 Sostenibilidad de la relación (clima laboral futuro).

Método (fórmulas):

- Matriz de comparaciones por pares  $A = [a_{ij}]$ , con  $a_{ii} = 1, a_{ij} = 1/a_{ji}$ , escala 1–9.
- Peso por autovector principal:  $Aw = \lambda_{max}w$ ; normalizar  $w/\sum w$ .
- Índice de Consistencia:  $IC = \frac{\lambda_{max}-n}{n-1}$
- Razón de Consistencia:  $RC = \frac{IC}{IA}$  (tabla Saaty:  $IA_3 = 0,58, IA_5 = 1,12$ ).  
Requisito:  $RC < 0.10$ .

Jerarquía

Meta → Criterios (C1–C5) → Alternativas (A1–A3)

**Tabla 10**

*T1. Jerarquía (resumen)*

Nivel	Elementos
Meta	Estrategia de resolución del conflicto
Criterios	C1 Legitimidad; C2 Tiempo; C3 Costo; C4 Cumplimiento; C5 Sostenibilidad
Alternativas	A1 Negociación; A2 Mediación; A3 Arbitraje

Nota: (Autores, 2025).

Comparación de criterios (5×5):

*T2. Matriz de criterios  $A^{(C)}$*

	C1	C2	C3	C4	C5
C1	1	3	3	2	2
C2	1/3	1	2	1/2	1/3
C3	1/3	1/2	1	1/3	1/4
C4	1/2	2	3	1	1/2
C5	1/2	3	4	2	1

Pesos (auto vector) y consistencia:

$$w^{(C)} = [0,3553; 0,1086; 0,0733; 0,1823; 0,2805]$$

$$\lambda_{max} = 5,1411, IC = 0,0353, IA_5 = 1,12, RC = 0,0315 < 0.10$$

Interpretación: C1 y C5 pesan más, seguido de C4; C2 y C3 pesan menos.

Comparación de alternativas por criterio (3×3):

*T3.1 C1 Legitimidad (A1>>A2>A3)*

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 1/3 & 1 & 3 \\ 1/6 & 1/3 & 1 \end{bmatrix}$$

Pesos: A1 0.6548, A2 0.2499, A3 0.0953; RC=0.0158.

*T3.2 C2 Tiempo (A3>>A2>A1)*

$$\begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 1/5 \\ 2 & 1 & 1/3 \\ 5 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Pesos: A1 0.1220, A2 0.2297, A3 0.6483; RC=0.0032.

*T3.3 C3 Costo (A1>A2>>A3)*

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 1/2 & 1 & 3 \\ 1/5 & 1/3 & 1 \end{bmatrix}$$

Pesos: A1 0.5816, A2 0.3090, A3 0.1095; RC=0.0032

*T3.4 C4 Cumplimiento (A3>A1>A2)*

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1/2 \\ 1/2 & 1 & 1/4 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

Pesos: A1 0.2857, A2 0.1429, A3 0.5714; RC≈0.0000.

*T3.5 C5 Sostenibilidad (A1>>A2>>A3)*

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 1/3 & 1 & 4 \\ 1/7 & 1/4 & 1 \end{bmatrix}$$

Pesos: A1 0.6586, A2 0.2628, A3 0.0786; RC =0.0279

Síntesis (prioridades globales):

$$\text{Prioridad global } (A_k) = \sum_{j=1}^5 w_j^{(C)} * w_k^{(A|C_j)}$$

**Tabla 11**

*T4. Prioridades globales y ranking*

Alternativa	Prioridad global
A1 Negociación integrativa	0.5254
A3 Arbitraje vinculante	0.2385
A2 Mediación externa	0.2361

*Nota: (Autores, 2025).*

Resultado: A1 es la mejor estrategia. La pequeña ventaja de A3 sobre A2 se explica por su fortaleza en Tiempo y Cumplimiento.

Sensibilidad ( $\pm 5$  p.p. en criterios clave):

**Tabla 12**

*Escenarios (se mantiene suma=1 ajustando proporcionalmente los demás criterios)*

Escenario	Pesos globales (A1, A2, A3)
Base	(0.5254, 0.2361, 0.2385)
C1 +5 p.p.	(0.5354, 0.2372, 0.2274)
C1 -5 p.p.	(0.5153, 0.2350, 0.2496)
C5 +5 p.p.	(0.5346, 0.2380, 0.2274)
C5 -5 p.p.	(0.5161, 0.2343, 0.2497)

*Nota: (Autores, 2025).*

Conclusión de sensibilidad: el liderazgo de A1 es robusto a  $\pm 5$  p.p. en C1 y C5.

Puntos de cruce:

- Si C2 Tiempo sube hasta  $\sim 0.423$  del peso total (desde 0.109), A3 empata/supera a A1.
- Si C4 Cumplimiento sube hasta  $\sim 0.592$  (desde 0.182), A3 empata a A1.
- 8) Recomendación ejecutiva
- Elegir A1 (Negociación integrativa) con:
- Comité paritario formal (empleador–sindicato–observador estudiantil).
- Agenda y criterios publicados (matriz de issues, datos de costo y continuidad).
- Técnicas integrativas (intereses, paquetes, concesiones logroll).
- Cláusula de escalamiento: si no hay acuerdo en X días, activar mediación (A2) y, como última ratio, arbitraje (A3).

- Métricas: aceptación de partes, días de resolución, costo real vs. presupuestado, clima laboral a 6–12 meses.

### **3.4. Innovaciones y Adaptaciones del AHP**

#### **3.4.1. Proceso analítico en redes**

El Proceso Analítico Jerárquico (AHP) de Saaty resolvió un gran problema práctico: transformar juicios cualitativos en prioridades numéricas mediante comparaciones por pares con la escala fundamental 1–9, cumpliendo reciprocidad  $a_{ij} = 1/a_{ji}$  y diagonal a  $a_{ii} = 1$ , y verificando consistencia con  $RC < 0.10$ . Sin embargo, en muchas decisiones reales los criterios se influyen mutuamente y las alternativas retroalimentan la percepción de los criterios (por ejemplo, cuando cierta alternativa revela capacidades tecnológicas que terminan pesando más en la evaluación). Para capturar estas interdependencias y bucles de retroalimentación, Saaty propuso el Proceso Analítico en Redes (ANP), una extensión natural y poderosa del AHP.

¿Qué cambia del AHP al ANP?

**Estructura:** se pasa de una jerarquía acíclica (Meta → Criterios → Subcriterios → Alternativas) a una red de clústeres (grupos de elementos) y nodos (elementos dentro de cada clúster) con dependencias internas (dentro del mismo clúster) y dependencias externas (entre clústeres).

**Juicios:** se mantienen las comparaciones por pares con la escala 1–9 (y sus recíprocos), pero ahora se formulan con respecto a una relación de influencia explícita: “¿En qué medida el nodo x influye sobre y bajo el criterio/objetivo de control z?”.

**Síntesis:** en lugar de un único autovector por nivel, ANP compone los autovectores locales en una supermatriz que modela el flujo de influencia en toda la red.

### 3.4.1.1. Componentes clave del ANP:

Clústeres y nodos: Sea  $C = \{C_1, \dots, C_m\}$  el conjunto de clústeres. Cada clúster  $C_j$  contiene nodos  $\{e_1^{(j)}, \dots, e_{n_j}^{(j)}\}$ . Los arcos indican influencia:  $C_j \rightarrow C_i$  si hay dependencia de nodos de  $C_i$  respecto de nodos de  $C_j$ .

Redes de control: Para organizar juicios, ANP suele definir redes de control respecto de: (a) la Meta (para ponderar clústeres y criterios), y (b) cada criterio o grupo de criterios relevantes (para ponderar alternativas). En contextos complejos puede usarse el esquema BOCR (Beneficios, Oportunidades, Costos, Riesgos), construyendo cuatro redes y luego combinando resultados.

Comparaciones por pares (locales): Para cada relación de influencia relevante se construye una matriz  $A$  y se obtiene su autovector principal  $w$  (o, como aproximación, la media geométrica fila a fila). Se exige consistencia como en AHP:

$$\lambda_{max}(A), IC = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1}, RC = \frac{IC}{IA} < 0.10$$

La supermatriz: corazón computacional del ANP:

La supermatriz  $W$  organiza todos los pesos locales de influencia en bloques. Si el orden global de nodos es  $[C1 | C2 | \dots | Cm]$ , entonces:

$$W = \begin{bmatrix} W_{11} & \dots & W_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ W_{m1} & \dots & W_{mm} \end{bmatrix}$$

donde cada bloque  $W_{ij}$  contiene las prioridades locales de los nodos del clúster  $C_j$  sobre los nodos del clúster  $C_i$ . Por construcción, cada columna del bloque  $W_{ij}$  es un vector de prioridades que suma 1 si existe influencia  $C_i \rightarrow C_j$ ; si no hay influencia, el bloque es nulo.

Tres etapas de la supermatriz:

1. Supermatriz no ponderada  $W$ : apila todos los vectores locales tal como salen de las comparaciones.
2. Supermatriz ponderada  $\omega$ : se ponderan columnas por clúster para asegurar que cada columna completa de  $\omega$  sume 1 (propiedad estocástica)

por columnas). Sea  $c_j$  el peso del clúster  $C_j$  respecto del objetivo de control (obtenido con AHP/ANP a nivel de clústeres); entonces, las columnas asociadas a  $C_j$  se escalan por  $c_j$ .

3. Supermatriz límite:

$$\omega^{(\alpha)} = \lim_{k \rightarrow \infty} (\omega)^k$$

Bajo condiciones de irreducibilidad y aperiódica (análogas a cadenas de Markov), las columnas de  $\omega^k$  convergen a un vector estacionario común que representa las prioridades globales de todos los nodos. Las filas correspondientes a las alternativas entregan el ranking final.

### 3.4.1.2. Flujo metodológico (paso, paso)

1. Estructuración de la red: defina clústeres (p. ej., *Criterios, Actores, Recursos, Alternativas*) y nodos; dibuje influencias internas (dentro de un clúster) y externas (entre clústeres).
2. Red(es) de control: especifique con qué “objetivo de control” se emite cada conjunto de juicios (Meta, cada criterio BOCR, etc.).
3. Comparaciones por pares: para cada arco relevante, compare nodos usando la escala 1–9 de Saaty, reciprocidad y  $a_{ii} = 1$ . Obtenga  $w$  por autovector (o media geométrica) y verifique  $RC < 0.10$ .
4. Construcción de la supermatriz no ponderada  $W$ : ubique cada  $w$  en su bloque  $W_{IJ}$  (influencia  $C_j \rightarrow C_i$ ).
5. Ponderación por clúster: estime los pesos de clúster  $c_j$  (típicamente por AHP respecto de la Meta) y construya la supermatriz ponderada  $\omega$  asegurando estocasticidad por columnas.
6. Cálculo de la supermatriz límite  $\omega^{(\infty)}$ : eleve  $\omega$  a altas potencias (o use descomposición espectral); extraiga prioridades globales de los nodos, en particular de las alternativas.

Análisis: haga sensibilidad sobre pesos de clúster y juicios críticos; documente qué dependencias son determinantes.

### 3.4.1.3. Modelado de dependencias: ejemplos típicos

- Interdependencia entre criterios: p. ej., “Calidad Académica” influye en “Investigación”, y viceversa. Se modela como dependencia interna en el clúster *Criterios* (bloque  $W_{CC}$  no diagonal).
- Retroalimentación de alternativas a criterios: cuando la evaluación de alternativas altera la percepción de la importancia de los criterios (bloque  $W_{CA}$  distinto de cero).
- Influencia de recursos/actores: clústeres de *Recursos* o *Stakeholders* que influyen en criterios y alternativas (bloques  $W_{RC}, W_{RA}$  etc.).

En una red mínima con clúster *Criterios* {C1,C2} y *Alternativas* {A1,A2,A3}, el orden [C1,C2,A1,A2,A3], produce:

$$W = \begin{bmatrix} W_{CC} & W_{CA} \\ W_{AC} & W_{AA} \end{bmatrix}$$

donde  $W_{CC}$  captura interdependencias entre criterios,  $W_{AC}$  las prioridades locales de alternativas respecto de cada criterio, etc. Muchos casos usan  $W_{AA}=0$  (las alternativas no se influyen entre sí).

### 3.4.1.4. BOCR y síntesis avanzada

El marco BOCR construye cuatro redes de control (Beneficios, Oportunidades, Costos, Riesgos). Tras obtener cuatro vectores de prioridades globales  $\pi^{(B)}, \pi^{(O)}, \pi^{(C)}, \pi^{(R)}$ , la síntesis puede ser multiplicativa:

$$\prod \alpha \frac{\pi^{(B)}_O \pi^{(O)}}{\pi^{(C)}_O \pi^{(R)}}$$

(o aditiva con pesos estratégicos para B,O,C,R). Esto permite separar lógicas de “mérito” y “costo/riesgo”, muy útil en decisiones públicas.

### 3.4.1.5. Consistencia, validez y buenas prácticas

- Consistencia local: cada matriz de comparación debe cumplir  $RC < 0.10$ ; si no, revise juicios contradictorios.

- Parquedad estructural: evite redes excesivamente densas; priorice arcos materiales (influencias que el comité puede defender con evidencia).
- Trazabilidad: documente fuentes de juicio (datos, normativa, expertos), versionado de matrices y supuestos de ponderación por clúster.
- Sensibilidad: explore cómo cambian los rankings al variar pesos de clúster y juicios clave.
- Herramientas: hojas de cálculo (para bloques y potencias de  $\omega$  con normalización por columnas), o software especializado (p. ej., SuperDecisions).

### 3.4.1.6. Ventajas y limitaciones

Ventajas: capta interdependencias y retroalimentación, integra múltiples perspectivas (criterios, actores, recursos), y mantiene la interpretabilidad del AHP (juicios 1–9, autovectores, consistencia).

Limitaciones: mayor esfuerzo cognitivo y de datos, más matrices (por relación de influencia), y necesidad de cuidar la estocasticidad de  $\omega$  y la convergencia.

El ANP es una innovación que generaliza el AHP: conserva su lógica de comparaciones por pares, escala 1–9, consistencia y síntesis, pero reemplaza la jerarquía por una red y la agregación simple por la supermatriz y su límite. Cuando las dependencias entre criterios y la retroalimentación son sustantivas —como suele ocurrir en políticas públicas, innovación o planificación universitaria— el ANP ofrece una representación más realista y una priorización global más coherente con la complejidad del sistema de decisión.

### 3.4.2. Uso del AHP en combinación con otras técnicas como IA y Machine Learning

La innovación reciente en AHP no solo proviene de variantes (FAHP, ANP) sino, sobre todo, de su integración con IA/ML para capturar datos masivos, reducir carga de juicios, mejorar consistencia y conectar las prioridades con modelos predictivos/optimizadores. Este capítulo presenta patrones de integración (“AHP→ML”, “ML→AHP” y lazo cerrado), fundamentos matemáticos mínimos y un flujo replicable.

### 3.4.2.1. Patrones de integración

AHP → ML (pesos y utilidades como insumos):

Ponderación informada de objetivos: AHP produce un vector de pesos  $w = (w_1, \dots, w_m)$  (escala 1–9, autovector principal, reciprocidad  $a_{ij} = \frac{1}{a_{ji}}$ ,  $a_{ii} = 1$ ; consistencia  $RC < 0.10$ . Esos pesos alimentan:

- Modelos multiobjetivo: utilidad  $U(a) = \sum_{k=1}^m w_k f_k(a)$ , donde  $f_k(a)$  son scores o predicciones ML por criterio (p. ej., probabilidad de acreditación, impacto de investigación, costo esperado).
- Optimización (presupuesto, personal):  

$$\max_{x \in \{0,1\}^n} \sum_i x_i U(A_i) \text{ s. a. } \sum_i x_i \text{costo}_i \leq B, \sum_i x_i FTE_i \leq F.$$
- Regularización por prioridades: si un modelo lineal/logístico tiene parámetros  $\beta$  por criterio, una regularización alineada con AHP:

$$\min_{\beta} f(\beta; D) + \lambda \| \beta - \gamma w \|_2^2,$$

Donde  $\gamma$  escala para igualar magnitudes. Favorece soluciones coherentes con prioridades del comité.

ML → AHP (datos y aprendizaje al servicio de juicios):

Imputación de comparaciones faltantes y detección de inconsistencias con modelos de preferencia:

- Log-least-squares (LLSM) en espacio logarítmico:  $\log a_{ij} \approx u_i - u_j$ ; aprende utilidades  $u_i$  y sugiere ajustes mínimos que reducen RC.
- Modelos Bradley–Terry–Luce/Logit pareado:  $P(i > j) = \sigma(u_i - u_j)$ ; a partir de datos observados o texto (NLP) se proponen  $a_{ij} \approx e^{u_i - u_j}$ .
- Selección activa de comparaciones (*active learning*): elegir el próximo par  $(i, j)$  que maximiza la ganancia de información sobre  $w$  o reduce la varianza de  $u$ , minimizando el número de juicios necesarios.

Extracción de criterios y evidencia con NLP: *topic modeling* y *embeddings* extraen criterios/subcriterios de documentos y generan resúmenes para *briefings* previos al juicio.

### 3.4.2.2. Lazo cerrado AHP–ML

AHP fija pesos estratégicos y restricciones; 2) ML predice  $f_k(a)$  con datos operativos; 3) se sintetiza  $U(a)$  y se elige/optimiza; 4) resultados reales realimentan los modelos (re-entrenamiento) y pueden recalibrar juicios (sensibilidad/iteración).

### 3.4.2.3. Fundamentos: puntos de contacto matemáticos

AHP clásico (recordatorio)

Autovector principal  $w$  de  $A = [a_{ij}]$ :

$$Aw = \lambda_{max}w, \sum_k w_k = 1$$

Consistencia  $IC = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1}$  ,  $RC = \frac{IC}{IA} < 0.10$

### 3.4.2.4. AHP como modelo de razón y LLSM

La escala 1–9 es de razón. Aproximación LLSM:

$$\log a_{ij} = u_i - u_j + \varepsilon_{ij} \rightarrow \min_u \sum_{i < j} (\log a_{ij} - (u_i - u_j))^2$$

De aquí se obtienen utilidades latentes  $u$  que inducen  $a_{ij}^{est} = e^{u_i - u_j}$ ; útil para imputar y suavizar matrices, bajando RC sin alterar la estructura de Saaty.

### 3.4.2.5. ML para predicción de desempeño por criterio

Para cada criterio  $k$ , un modelo  $f_k(a; \theta_k)$  estima impacto/score. La **síntesis AHP** conecta mundo predictivo con prioridades:

$$U(a) = \sum_{k=1}^m w_k \hat{f}_k(a)$$

Con restricciones lineales/enteras se obtiene una cartera óptima de alternativas.

### Verificación y explicabilidad

- Alineación AHP–ML: comparar  $w$  con importancias de modelo (p. ej., SHAP) en cada criterio. Desviaciones grandes motivan revisión de juicios o del modelo.
- Bayes AHP: colocar un prior Dirichlet sobre  $w$  e integrar evidencia de desempeño; en problemas con incertidumbre alta, esto estabiliza decisiones inter-temporales.

### Flujo metodológico recomendado

1. Definir jerarquía (o red ANP) y recoger juicios (escala 1–9). Calcular  $w$  y RC.
2. Construir dataset por criterio con variables operativas; entrenar  $f_k$  (validación cruzada).
3. Conectar:  $U(a) = \sum_{k=1}^m w_k \hat{f}_k(a)$
4. Optimizar bajo restricciones (presupuesto, FTE, normativa).
5. Consistencia dinámica: usar LLSM/BTL para sugerir ajustes mínimos si  $RC \geq 0.10$ , priorizando pares con mayor contribución al índice.
6. Selección activa: si hay muchas alternativas, solicitar al comité solo las comparaciones más informativas.
7. Sensibilidad y *what-if*: variar  $\pm 5$  p.p. los pesos de criterios “clave” y propagar cambios sobre  $U(a)$ .
8. Gobernanza: registrar versión de matrices, datos, modelos y *features*; documentar fuentes de juicio.

### Mini-ejemplo (esqueleto reproducible)

Criterios: Calidad (C1), Investigación (C2), Vinculación (C3), Sostenibilidad (C4).

Tras

AHP:

$w = (0.38, 0.27, 0.18, 0.17)$ ,  $RC = 0.06$ .

ML por criterio (ejemplos):

- $f_1$ : probabilidad de acreditación de carrera en 24 meses (clasificador).

- $f_2$ : publicaciones Q1 esperadas (regresión).
- $f_3$ : beneficiarios externos proyectados (regresión).
- $f_4$ : costo anualizado negativo (se usa --costo para que mayor sea mejor, o se maneja como restricción).

Para cada alternativa  $A_i$ , calcule  $U(A_i) = \sum_k w_k \hat{f}_k(A_i)$ . Ordene por  $U$ ; si hay presupuesto  $B$ , resuelva selección binaria.

Chequeo de coherencia: compare  $w$  con SHAP promedio por criterio. Si un criterio domina el efecto predictivo, pero AHP lo sub-pondera, programe revisión con el comité (o revise features).

### 3.4.3. Casos de uso de IA con AHP

- NLP para escalar juicios: resúmenes automáticos de evidencia (papers, informes) por criterio antes de votar.
- Autoencoders/Anomalía: detectar patrones de error sistemático en matrices (p. ej., columnas con reciprocidad rota).
- Reforzamiento (RL): AHP fija pesos de recompensa  $w$ ; el agente aprende la política que maximiza  $U$  bajo dinámica estocástica.
- FAHP + ML: usar TFN/trapezoidales para juicios inciertos; desfuzificar y alimentar el pipeline predictivo/optimizador.

### 3.4.4. Integración del AHP con Lógica Difusa

El AHP clásico (Saaty) es potente porque estructura el problema en jerarquía (meta  $\rightarrow$  criterios  $\rightarrow$  subcriterios  $\rightarrow$  alternativas) y traduce juicios cualitativos en una escala fundamental 1–9. Cada comparación por pares  $a_{ij} = 1/a_{ji}$  y diagonal  $a_{ii} = 1$ . Sin embargo, este enfoque asume que el decisor puede “congelar” su juicio en un número nítido. En contextos reales —planeación universitaria, evaluación de programas, priorización de inversiones— los expertos suelen manejar ambigüedad e incertidumbre: la información es parcial, hay criterios en tensión (calidad académica vs. restricciones presupuestarias), y varios grupos de interés expresan preferencias con matices (“entre fuerte y muy fuerte”).

La lógica difusa (Zadeh) ofrece un puente natural: permite representar juicios como valores lingüísticos con un grado de pertenencia en  $[0,1]$ , en lugar de fijarlos a un número único. Así, cuando un comité afirma que “C1 es fuerte a muy fuerte sobre C2”, ese juicio se modela de forma intervalar y gradual, por ejemplo, con un número difuso triangular (TFN)  $\tilde{a}_{12} = (l, m, u)$ , donde  $l$  capurra la valoración conservadora,  $m$  la más probable y  $u$  la más optimista. Este paso evita forzar al experto a redondear su percepción a un 5, 6 o 7 exacto, y reduce sesgo por precisión ilusoria.

Operativamente, FAHP mantiene la arquitectura de AHP (jerarquía, síntesis de pesos) pero sustituye cada entrada de la matriz  $A = [a_{ij}]$  por una entrada difusa  $\tilde{A} = [\tilde{a}_{ij}]$ . La comparación por pares sigue siendo recíproca, ahora como  $\tilde{a}_{ij} = \tilde{a}_{ji}^{-1}$  (inverso difuso). Si participan múltiples expertos, sus juicios se agregan de forma coherente (p. ej., media geométrica componente a componente), preservando la diversidad de opiniones sin perder trazabilidad.

Las ventajas prácticas en AHP aplicado a universidades son claras:

- Captura de ambigüedad: términos como “moderadamente” o “muy fuerte” se formalizan sin empobrecer el significado.
- Robustez grupal: varios evaluadores con experiencias distintas (académicos, administración, vinculación) se fusionan con operaciones difusas, en vez de promediar números rígidos.
- Transparencia: la amplitud  $(u - l)$  indica confianza o disenso; matrices muy “anchas” señalan dónde falta información o hay divergencias.
- Mejor negociación: al observar cómo los pesos cambian al “desfuzificar” (convertir a nítido), los comités pueden revisar solo los juicios más inciertos, acortando iteraciones.

En suma, la lógica difusa extiende la escala de Saaty sin alterar la esencia del método: comparaciones por pares, cálculo de pesos y síntesis. Se obtiene un resultado compatible con AHP (pesos normalizados), pero sustentado en juicios realistas sobre la incertidumbre.

### 3.4.4.1. Principios básicos de la lógica difusa

Conjuntos difusos y pertenencia. - Un conjunto difuso  $A$  sobre un universo  $X$  se define por su función de pertenencia  $\mu_A: X \rightarrow [0,1]$ . Mientras que en lógica clásica  $x \in A$  o  $x \notin A$  en lógica difusa  $x$  pertenecer “parcialmente”:  $\mu_A(x) = 0.7$  expresa un 70% de pertinencia.

Variables lingüísticas. - En FAHP, la “intensidad de preferencia” es una variable lingüística con términos como Igual, Moderado, Fuerte, Muy fuerte, Extremo. Cada término se asocia a un número difuso (normalmente triangular o trapezoidal) que aproxima cómo el comité entiende ese adjetivo. Este mapeo extiende la escala 1–9 de Saaty: donde AHP usa 5 o 7, FAHP usa (4,5,6), y así sucesivamente.

Números difusos triangulares (TFN) y trapezoidales:

- Triangular:  $\tilde{a} = (l, m, n)$  con  $0 < l \leq m \leq u$ . Su función de pertenencia es lineal ascendente en  $[l, m]$  y descendente en  $[m, u]$ . Es simple y suficiente para la mayoría de las matrices de comparación.
- Trapezoidal:  $\tilde{a} = (l, m_1, m_2, n)$  con “cima plana”  $[m_1, m_2]$ , útil cuando el comité coincide en un rango de valores casi equiprobable.

Operaciones básicas (para TFN positivos, usadas en agregación y normalización):

$$\tilde{a} \otimes \tilde{b} = (l_1 + l_2, m_1 + m_2, u_1 + u_2), \quad \tilde{a} \otimes \tilde{b} = (l_1 l_2, m_1 m_2, u_1 u_2)$$

$$\lambda \otimes \tilde{a} = (\lambda l, \lambda m, \lambda u), \quad \tilde{a}^{-1} = \left( \frac{1}{u}, \frac{1}{m}, \frac{1}{l} \right)$$

Estas reglas hacen posible construir medias geométricas difusas, normalizar vectores y calcular proporciones manteniendo la coherencia con la reciprocidad de Saaty.

Extensión y  $\alpha$ -cortes. El principio de extensión permite trasladar operaciones numéricas a operaciones difusas; en la práctica se usan formas cerradas (como arriba) para TFN. Los  $\alpha$ -cortes  $A_\alpha = \{x: \mu_A(x) \geq \alpha\}$  convierten el número difuso en un intervalo para cada  $\alpha$ , útil en análisis de sensibilidad: a mayor  $\alpha$ , más conservador (intervalo más estrecho).

Agregación de expertos. Si  $K$  expertos proveen  $a_{ij}^{agg} = (\prod_{k=1}^K l^{(k)})^{1/K}, (\prod_{k=1}^K m^{(k)})^{1/K}, (\prod_{k=1}^K u^{(k)})^{1/K}$ . Esto evita sesgos por outliers y respeta la multiplicatividad de las comparaciones por pares.

Obtención de pesos (idea). Dos esquemas muy usados en FAHP son:

1. Media geométrica difusa por fila:

- a.  $\tilde{w}_i = (\otimes_{j=1}^n \tilde{a}_{ij}),$  normalizando con  $\tilde{p}_i = \tilde{w}_i \otimes (\sum_i \tilde{w}_i)^{-1}$

2. Extent Analysis de Chang: calcula “extents”  $\tilde{S}_i,$  compara grados de posibilidad  $V(\tilde{S}_i \geq \tilde{S}_k)$  y deriva un vector de prioridades.

Ambos producen pesos locales compatibles con la síntesis de AHP (multiplicar y sumar a lo largo de la jerarquía).

Desfuzificación. Para reportar y controlar consistencia se requiere un valor nítido. El método del centroide es estándar:

$$\text{defuzz}(\tilde{a}) = \frac{l + m + u}{3}$$

Alternativas: bisector, media de máximos. En FAHP aplicado, se desfuzifica el vector de pesos para comparabilidad con AHP clásico y para evaluar consistencia (ya que los índices clásicos requieren matriz nítida).

Consistencia (visión breve). Aunque no hay un único “CR difuso” aceptado, una práctica sólida es desfuzificar primero la matriz (usando  $m$  o el centroide de cada  $\tilde{a}_{ij}$ ) y calcular  $IC = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1}, RC = \frac{IC}{IA}$  —exigiendo  $RC < 0.10$ . Si falla, se revisan los juicios con mayor ancho ( $u - l$ ) o contradictorios.

En conjunto, estos principios permiten a FAHP preservar la estructura y rigurosidad del AHP (escala de Saaty, jerarquía, reciprocidad, síntesis) mientras integra explícitamente la incertidumbre y la diversidad de los expertos, crucial en decisiones complejas como las de la planificación estratégica universitaria.

### 3.4.4.2. AHP difuso (Fuzzy AHP): conceptos clave

Con el fin de corregir algunos de los defectos identificados en la técnica AHP, Buckley (1985) incorpora la matriz difusa en su desarrollo. De esta manera, la

vaguedad de las respuestas de los decisores es tomada en consideración. Chang (1996) propone el método de análisis extendido de AHP con lógica difusa FAHP (Fuzzy Analytical Hierarchy Process), que es definido en tres pasos:

El primero contempla el uso de un número difuso triangular para transformar las ideas de los expertos en una matriz recíproca positiva. En segundo lugar se encuentra un método de media geométrica que sopesa los valores difusos para cada opción, con la conexión jerárquica establecida, y finalmente, una unión de membresía para cada opción que determina el ranking de las prioridades (Huang & Wu, 2005:105).<sup>1</sup>

El método de Chang (1996) para FAHP parte de la concepción de un número difuso, Büyüközkan et al. (2004), lo entienden como un conjunto difuso especial  $F = \{x \in R | \mu_F(x)\}$  donde  $x$  toma sus valores en la recta real  $R_1: -\infty < x < +\infty$  y  $\mu_F(x)$  es una aplicación continua de  $R_1$  para el intervalo cerrado  $[0,1]$ . Un número difuso triangular pueden designarse como  $M = (l, m, u)$ . Su función de pertinencia  $\mu_M(x): R \rightarrow [0,1]$  es igual a:

$$\mu_M(x) = \begin{cases} 0, & x < l \text{ o } x > u \\ (x - l)/(m - l), & l \leq x \leq m \\ (x - u)/(m - u), & m \leq x \leq u \end{cases}$$

Donde  $l \leq x \leq u$  y  $l$  y  $u$  representan el valor superior e inferior del soporte de  $M$ , respectivamente, y  $m$  es el valor medio de  $M$ . Cuando  $l = m = u$ , esto es un número no difuso conversión. Las principales leyes operacionales para dos números difusos triangulares  $M_1$  y  $M_2$  son las siguientes:

$$M_1 + M_2 = (l_1 + l_2, m_1 + m_2, u_1 + u_2)$$

$$M_1 \otimes M_2 = (l_1 l_2, m_1 m_2, u_1 u_2)$$

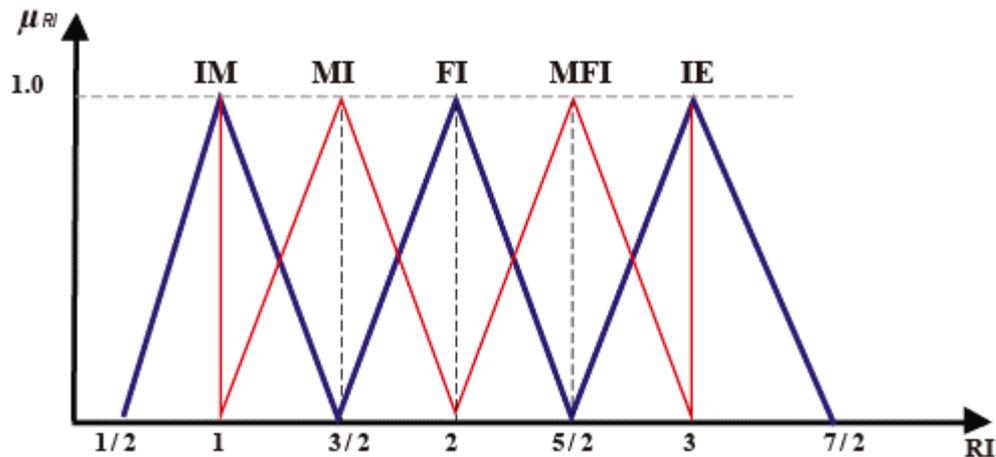
$$\lambda \otimes M_1 = (\lambda l_1, \lambda m_1, \lambda u_1), \quad \lambda > 0, \lambda \in R$$

$$M_1^{-1} \approx (1/u_1, 1/m_1, 1/l_1)$$

A lo largo de este estudio los tomadores de decisiones utilizan el conjunto de ponderación lingüística  $W = \{IM, MI, FI, MFI, EI\}$ , donde  $IM$  es igual en importancia,  $MI$  moderadamente más importante un criterio sobre otro,  $FI$  es

fuerte importancia de un criterio sobre otro, *MFI* es muy fuerte importancia de un criterio sobre otro e *IE* es importancia extrema de un criterio sobre otro.

**Figura 1**  
*Escala lingüística de importancia relativa RI*



*Nota:* Determining the Importance Weights for the Design Requirements in the House of Quality Using the Fuzzy Analytic Network Approach (Büyükoçkan et al., 2004).

La escala de conversión difusa triangular dada en la Tabla es usada para evaluar este modelo. Del mismo modo, las funciones de pertinencia relacionadas son las siguientes:

Para cada par (JE):

$$\mu_{JE} = \begin{cases} 1, & yx = 1 \\ 0, & y \text{ por otra parte} \end{cases}$$

Para IM:

$$\mu_{EI}(x) = \begin{cases} 2x - 1, & 1/2 \leq x \leq 1 \\ -2x + 3, & 1 \leq x \leq 3/2 \\ 0, & y \text{ por otra parte} \end{cases}$$

Para MI:

$$\mu_{WMI}(x) = \begin{cases} 2(x - 1), & 1 \leq x \leq 3/2 \\ -2x + 4, & 3/2 \leq x \leq 2 \\ 0, & y \text{ por otra parte} \end{cases}$$

Para FI:

$$\mu_{SMI}(x) = \begin{cases} 2x - 3, & 1 \leq x \leq 3/2 \\ -2x + 5, & 3/2 \leq x \leq 2 \\ 0, & y \text{ por otra parte} \end{cases}$$

Para MFI:

$$\mu_{VSMI}(x) = \begin{cases} 2(x - 2), & 2 \leq x \leq 5/2 \\ -2(x - 3), & 5/2 \leq x \leq 3 \\ 0, & \text{y por otra parte} \end{cases}$$

Para IE:

$$\mu_{AMI}(x) = \begin{cases} 2x - 5, & 5/2 \leq x \leq 3 \\ -2x + 7, & 3 \leq x \leq 7/2 \\ 0 & \end{cases}$$

**Tabla 13**

*Escala lingüística difusa triangular*

Escala lingüística para importancia	Escala difusa triangular	Escala recíproca difusa triangular
IM	1/2, 1, 3/2	2/3, 1, 2
MI	1, 3/2, 2	1/2, 2/3, 1
FI	3/2, 2, 5/2	2/5, 1/2, 2/3
MFI	2, 5/2, 3	1/3, 2/5, 1/2
IE	5/2, 3, 7/2	2/7, 1/3, 2/5

*Nota:* Determining the Importance Weights for the Design Requirements in the House of Quality Using the Fuzzy Analytic Network Approach (Büyüközkan et al., 2004).

Una vez comprendido lo referente a números difusos triangulares, se describe el modelo de Análisis Extendido AHP difuso (Büyüközkan et al., 2004) presentado por Chang (1996); Chang y Yang (2011) y Zhu et al. (1999):

Si  $X = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$  es un conjunto de objetos y  $U = \{u_1, u_2, u_3, \dots, u_m\}$  un conjunto de objetivos, de acuerdo con el método de análisis extendido de Chang (1996), se desarrolla el análisis ampliado para cada uno de los valores de los objetos; de este modo se pueden obtener para cada objetivo  $g_i$ . Por lo tanto, los valores de análisis extendido de  $m$  se pueden obtener con la siguiente notación:

$$M_{gi}^1, M_{gi}^2, \dots, M_{gi}^m, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n.$$

Donde todo  $M_{gi}^j (j = 1, 2, 3, \dots, m)$  son números difusos triangulares.

Pasos clave del modelo propuesto por Chang (1996):

Paso 1: El valor del objeto  $i$  –ésimo del análisis extendido se define como:

$$S_i = \sum_{j=1}^m M_{gi}^j \otimes \left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j \right]^{-1}$$

Para obtener  $\sum_{j=1}^m M_{gi}^j$ , se realiza la operación de adición borrosa de  $m$  valores del análisis extendido para una matriz particular, de tal manera que:

$$\sum_{j=1}^m M_{gi}^j = \left( \sum_{j=1}^m l_j, \sum_{j=1}^m m_j, \sum_{j=1}^m u_j \right)$$

Para obtener  $\left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j \right]^{-1}$ , se realiza la operación de adición borrosa de los valores  $M_{gi}^j$  ( $j = 1, 2, 3, \dots, m$ ), de modo que:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j = \left( \sum_{i=1}^n l_i, \sum_{i=1}^n m_i, \sum_{i=1}^n u_i \right)$$

Luego se calcula el vector inverso de la ecuación, de la siguiente manera:

$$\left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{gi}^j \right]^{-1} = \left( \frac{1}{\sum_{i=1}^n u_i}, \frac{1}{\sum_{i=1}^n m_i}, \frac{1}{\sum_{i=1}^n l_i} \right)$$

Paso 2: El grado de posibilidades de que  $M_2 = (l_2, m_2, u_2) \geq M_1 = (l_1, m_1, u_1)$  se define como:

$$V(M_2 \geq M_1) = \sup_{y \geq x} [\min(\mu_{M_1}(x), \mu_{M_2}(y))]$$

Y puede ser expresado de forma equivalente de la siguiente manera:

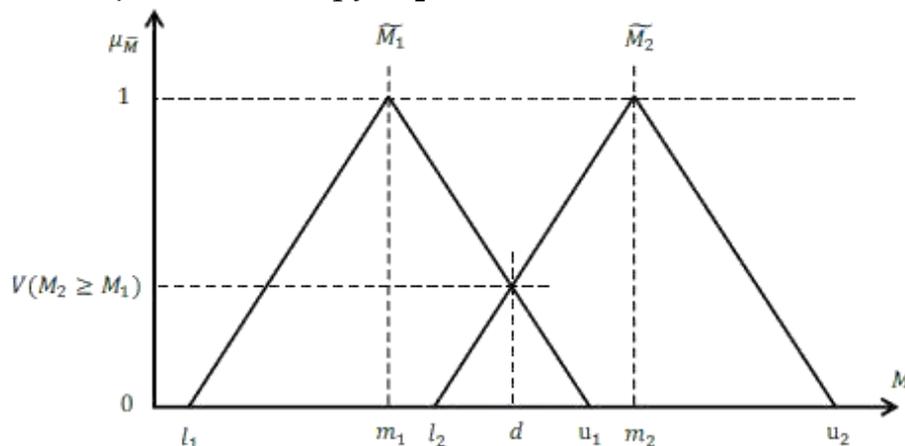
$$V(M_2 \geq M_1) = \text{hgt}(M_1 \cap M_2) = \mu_{M_2}(d) = f(d)$$

$$= \begin{cases} 1, & \text{Sí } m_2 \geq m_1 \\ 0, & \text{Sí } l_1 \geq u_2 \\ \frac{l_1 - u_2}{(m_2 - u_2) - (m_1 - l_1)}, & \text{otro} \end{cases}$$

Donde  $d$  es la ordenada del punto de intersección más alto  $D$  situado entre  $\mu_{M_1}$  y  $\mu_{M_2}$  (Fig. 3.2). Para comparar  $M_1$  y  $M_2$  se requiere los valores de  $V(M_1 \geq M_2)$  y  $V(M_2 \geq M_1)$ .

**Figura 2**

Intersección de puntos entre  $\tilde{M}_1$  y  $\tilde{M}_2$



*Nota:* Determining the Importance Weights for the Design Requirements in the House of Quality Using the Fuzzy Analytic Network Approach. International Journal of Intelligent Systems, (Büyükožkan et al., 2004).

Paso 3: El grado de posibilidad de que un número difuso convexo sea mayor que  $k$  números convexos se define como:

$$V(M \geq M_1, M_2, \dots, M_k) = V[(M \geq M_1) \text{ y } (M \geq M_2) \text{ y } \dots \text{ y } (M \geq M_k)]$$

$$= \min V(M \geq M_i), \quad i = 1, 2, 3, \dots, k$$

Entonces, suponiendo que:

$$d'(A_i) = \min V(S_i \geq S_k)$$

Para  $k = 1, 2, 3, \dots, n; k \neq i$ .

Luego el peso del vector está dado por:

$$W' = (d'(A_1), d'(A_2), \dots, d'(A_n))^T$$

Donde  $A_i (i = 1, 2, 3, \dots, n)$  son  $n$  elementos

Paso 4: La normalización del vector que se presenta de la siguiente forma:

$$W = (d(A_1), d(A_2), \dots, d(A_n))^T$$

Donde  $W$  no es un número difuso sino el conjunto de pesos para cada matriz

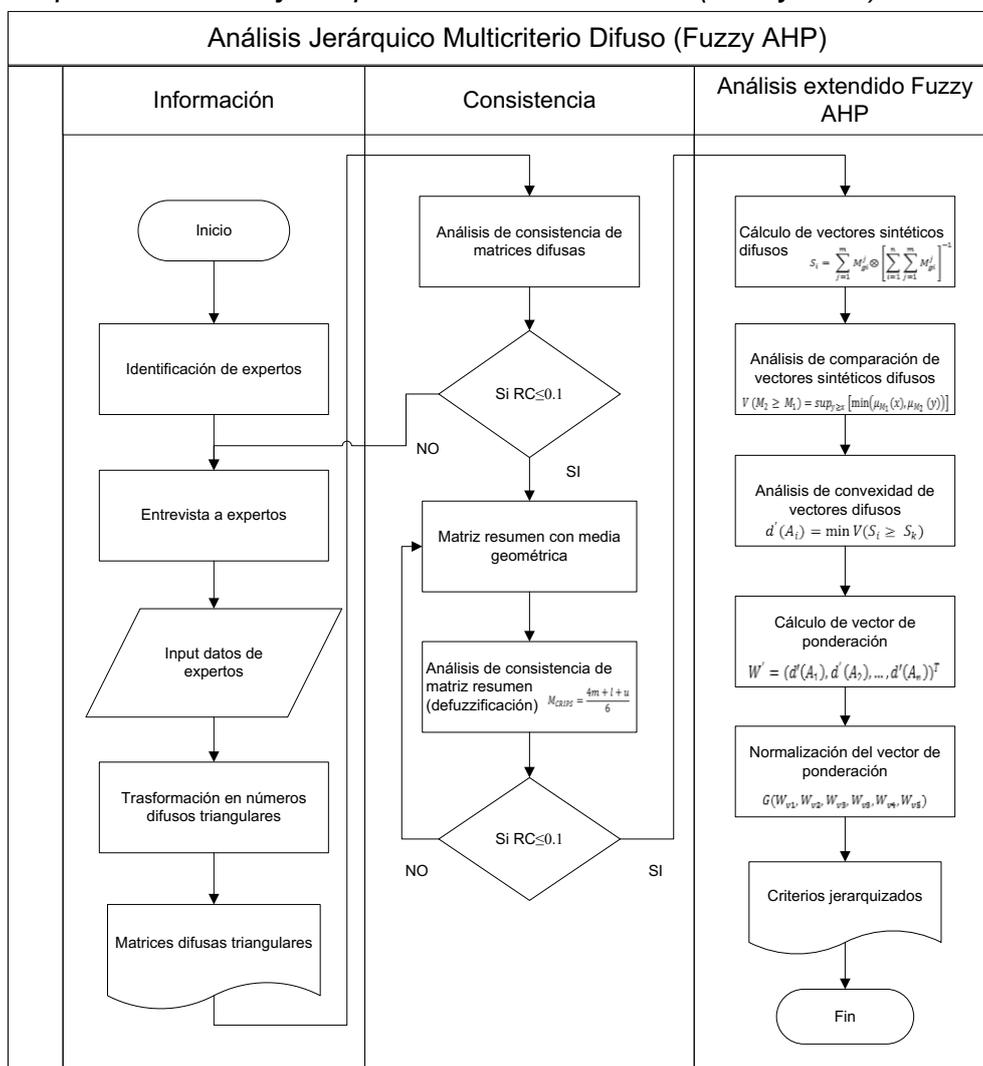
### 3.4.4.3. Ejemplos prácticos de AHP con lógica difusa

A continuación, se presenta un modelo de análisis de la resiliencia donde se desarrolla un análisis jerárquico multicriterio difuso en dos etapas. La primera

pondera ocho dimensiones (económicoregional, económico-empresarial, sociorregional, sociocomunitaria, institucional, infraestructura, ecológica y experiencial) y se relacionará con la segunda etapa, en la que la ponderación será por cada uno de los criterios en cada dimensión.

El modelo de análisis de la resiliencia utiliza el proceso de análisis jerárquico multicriterio planteado por Saaty (1990) bajo el enfoque de AHP difuso con el uso de números triangulares para la escala de comparación de valores y análisis de vector sintético planteado por Chang D.-Y. (1996). El requerimiento de análisis de consistencia en matrices con valores difusos considera la necesidad de realizar procesos de defuzzificación como el presentado por Chang & Yang (2011). La metodología se puede resumir en el siguiente diagrama:

**Figura 3**  
Proceso para el análisis jerárquico multicriterio difuso (Fuzzy AHP)

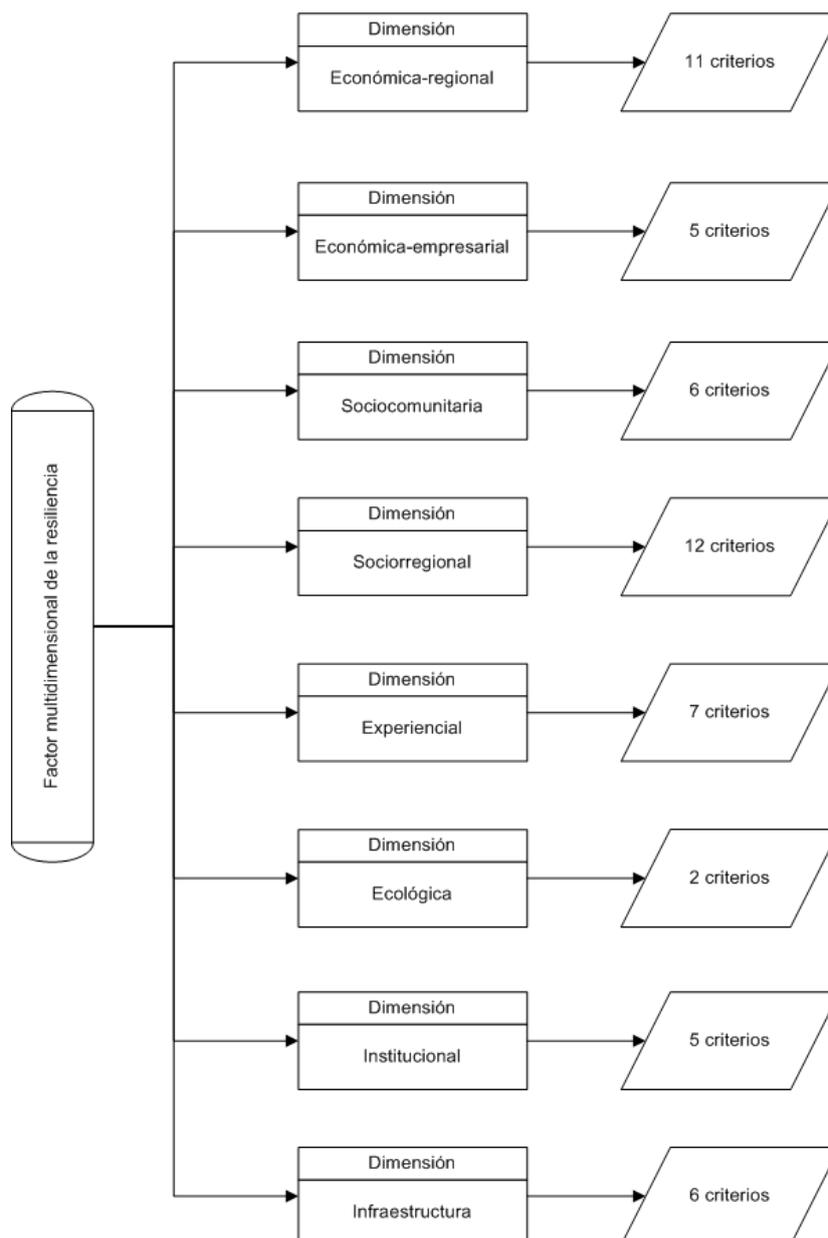


Nota: (Chang, 1996)

Considerando que para cada caso existen varios expertos que valoran los criterios, los resultados finales son tratados con medias geométricas (Chang & Yang, 2011) y, luego de un proceso de *defuzzificación* para el análisis de consistencia se continúa con el proceso de jerarquización indicado.

La estructura del modelo considerando las ocho dimensiones se presenta a continuación:

**Figura 4**  
*Estructura de las dimensiones del modelo de análisis multidimensional de la resiliencia*



*Nota:* Análisis multicriterio difuso (Autores, 2025).



	Sociorregional	Sociocomunitario	Institucional	Infraestructura	Experiencial	Económico-regional
	1.02	0.87	1.22	1.08	0.98	0.67
	1.43	1.25	1.58	1.62	1.32	1.02
	1.90	1.82	1.99	2.14	1.84	1.52
	0.90	0.76	0.82	1.43	0.80	0.76
	1.20	1.25	1.22	1.95	1.25	1.18
	1.58	1.86	1.80	2.46	1.97	1.64
	1.00	1.02	0.92	1.28	1.25	0.50
	1.33	1.32	1.22	1.78	1.72	1.00
	1.78	1.71	1.60	2.29	2.37	1.50
	0.67	0.67	0.54	0.72	0.50	0.42
	0.94	0.94	0.70	0.98	1.00	0.58
	1.40	1.40	0.94	1.38	1.50	0.80
	0.76	0.72	0.60	0.50	0.72	0.44
	0.98	1.00	0.92	1.00	1.02	0.56
	1.72	1.46	1.30	1.50	1.40	0.78
	0.62	0.72	0.50	0.77	1.06	0.63
	0.98	1.06	1.00	1.08	1.43	0.82
	1.41	1.50	1.50	1.68	1.84	1.08
	0.64	0.50	0.67	0.68	0.72	0.59
	1.00	1.00	0.94	1.00	1.06	0.76
	1.64	1.50	1.40	1.38	1.50	0.98
	0.50	0.61	0.71	0.58	0.72	0.56
	1.00	1.00	1.02	0.87	1.06	0.75
	1.50	1.55	1.61	1.32	1.50	1.00

Nota: (Autores, 2025).

La matriz normalizada considerando  $D_{CRIPS} = \frac{4m+l+u}{6}$  de los valores correspondientes a las medias geométricas de los expertos, es la siguiente:

**Tabla 16**  
*Datos normalizados de expertos en análisis dimensional de la resiliencia*

	Ecológico	Económico-empresarial	Económico-regional	Experiencial	Infraestructura	Institucional	Sociocomunitario	Sociorregional	Suma	Vector Prior.
Ecológico	1.000	0.975	1.010	0.766	0.642	0.641	0.818	0.716	6.569	0.097
Económico-empresarial	1.059	1.000	0.888	0.827	0.526	0.843	0.844	0.845	6.834	0.101
Económico-regional	1.047	1.184	1.000	0.592	0.578	0.833	0.766	0.761	6.760	0.100
Experiencial	1.349	1.293	1.749	1.000	1.036	1.437	1.075	1.075	10.014	0.149
Infraestructura	1.619	1.948	1.782	1.000	1.000	1.131	1.011	0.897	10.388	0.154

Institucional	1.592	1.248	1.232	0.714	0.931	1.000	0.974	1.068	8.757	0.130
Socio comunitario	1.279	1.267	1.335	0.974	1.031	1.075	1.000	1.027	8.988	0.133
Socio regional	1.442	1.215	1.351	0.974	1.064	0.990	1.048	1.000	9.084	0.135
	10.387	10.131	10.347	6.847	6.809	7.950	7.535	7.389	67.394	

Nota: (Autores, 2025).

Donde  $\lambda_{max} = 8.178$   $CI = 0.0255$   $RC = \frac{CI}{RI} = 0.018$

Como  $0.018 \leq 0.1$  la matriz es consistente

El método de análisis extendido de Saaty y los principios de comparación de los números difusos se emplean para obtener estimaciones de los vectores de peso para los niveles individuales de una jerarquía (Chang D.-Y. , 1996). Sobre la base de los valores difusos, aplicando el método de extensión, se obtienen valores sintéticos difusos, así:

$$\sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^8 D_{gi}^j = (0.50, 1.00, 1.50) + (0.69, 0.97, 1.29) + \dots + (0.50 + 1.00 + 1.50)$$

$$\sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^8 D_{gi}^j = (40.44, 58.97, 83.70)$$

$$\left[ \sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^8 D_{gi}^j \right]^{-1} = (0.012, 0.017, 0.025)$$

$$\sum_{j=1}^8 D_{gi}^j = (0.50, 1.00, 1.50) + (0.69, 0.97, 1.29) + \dots + 0.53, 0.70, 0.98)$$

$$\sum_{j=1}^8 D_{gi}^j = (3.92, 5.75, 8.20)$$

$$D1 = \sum_{j=1}^8 D_{gi}^j * \left[ \sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^8 D_{gi}^j \right]^{-1} = (0.05, 0.10, 0.20)$$

Similar procedimiento se sigue con los demás criterios, obteniéndose los siguientes valores:

**Tabla 17**  
*Vectores difusos sintéticos de expertos en dimensiones de la resiliencia*

Dimensión	l	m	n
D1	0.05	0.10	0.20
D2	0.05	0.10	0.22
D3	0.05	0.10	0.21
D4	0.07	0.15	0.31
D5	0.08	0.16	0.32
D6	0.06	0.13	0.26
D7	0.06	0.13	0.28
D8	0.07	0.13	0.28

Nota: (Autores, 2025)

A continuación, se calculan, en base de comparación, los vectores de ponderación del nivel de valor de la jerarquía, considerando el grado de posibilidad de que  $D_2 \geq D_1$ , que se define como:

$$D(D_2 \geq D_1) = \sup_{y \geq x} [\min(\mu_{D_1}(x), \mu_{D_2}(y))]$$

Donde esto es un par  $(x, y)$  de modo que  $y \geq x$  y  $\mu_{D_1}(x) = \mu_{D_2}(y)$  y  $D(D_2 \geq D_1) = 1$ . Mientras  $D_1 = (l_1, m_1, u_1)$  y  $D_2 = (l_2, m_2, u_2)$  números difusos convexos, entonces:

$$D(D_2 \geq D_1) = \text{hgt}(D_1 \cap D_2) = \mu_{D_2}(d) = f(x)$$

$$= \begin{cases} 1, & \text{Sí } m_2 \geq m_1 \\ 0, & \text{Sí } l_1 \geq u_2 \\ \frac{l_1 - u_2}{(m_2 - u_2) - (m_1 - l_1)}, & \text{otro} \end{cases}$$

Se tiene:

D(D1>D2) 0.992	D(D2>D1) 1.000	D(D3>D1) 1.000
D(D1>D3) 0.982	D(D2>D3) 0.990	D(D3>D2) 1.000
D(D1>D4) 0.717	D(D2>D4) 0.741	D(D3>D4) 0.732
D(D1>D5) 0.669	D(D2>D5) 0.695	D(D3>D5) 0.684

D(D1>D6) 0.818	D(D2>D6) 0.837	D(D3>D6) 0.835
D(D1>D7) 0.800	D(D2>D7) 0.820	D(D3>D7) 0.816
D(D1>D8) 0.791	D(D2>D8) 0.812	D(D3>D8) 0.808
D(D4>D1) 1.000	D(D5>D1) 1.000	D(D6>D1) 1.000
D(D4>D2) 1.000	D(D5>D2) 1.000	D(D6>D2) 1.000
D(D4>D3) 1.000	D(D5>D3) 1.000	D(D6>D3) 1.000
D(D4>D5) 0.956	D(D5>D4) 1.000	D(D6>D4) 0.901
D(D4>D6) 1.000	D(D5>D6) 1.000	D(D6>D5) 0.855
D(D4>D7) 1.000	D(D5>D7) 1.000	D(D6>D7) 1.000
D(D4>D8) 1.000	D(D5>D8) 1.000	D(D6>D8) 0.976
D(D7>D1) 1.000	D(D8>D1) 1.000	
D(D7>D2) 1.000	D(D8>D2) 1.000	
D(D7>D3) 1.000	D(D8>D3) 1.000	
D(D7>D4) 0.925	D(D8>D4) 0.930	
D(D7>D5) 0.881	D(D8>D5) 0.886	
D(D7>D6) 1.000	D(D8>D6) 1.000	
D(D7>D8) 0.996	D(D8>D7) 1.000	

El grado de posibilidad de que un número difuso convexo sea mayor que  $k$  números convexos se define como:  $D(D \geq D_1, D_2, \dots, k) = D[(D \geq D_1) \text{ y } (D \geq D_2) \text{ y } \dots \text{ y } (D \geq D_k)] = \min D(D \geq D_i) = 1, 2, 3, \dots, k$

Entonces, suponiendo que:

$$d'(A_i) = \min D(S_i \geq S_k)$$

Para  $k = 1, 2, 3, \dots, n; k \neq i$ .

El peso del vector es:

$$W' = (d'(A_1), d'(A_2), \dots, d'(A_n))^T$$

$$d(D_1) = \min\{0.99, 0.98, 0.71, 0.66, 0.81, 80, 0.79\} = 0.66$$

$$d(D_2) = \min\{1.00, 0.99, 0.74, 0.69, 0.83, 0.82, 0.81\} = 0.74$$

$$d(D_3) = \min\{1.00, 1.00, 0.73, 0.68, 0.83, 0.81, 0.80\} = 0.68$$

$$d(D_4) = \min\{1.00, 1.00, 1.00, 0.95, 1.00, 1.00, 1.00\} = 0.95$$

$$d(D_5) = \min\{1.00, 1.00, 1.00, 1.00, 1.00, 1.00, 1.00\} = 1.00$$

$$d(D_6) = \min\{1.00, 1.00, 1.00, 0.90, 0.85, 1.00, 0.97\} = 0.85$$

$$d(D_7) = \min\{1.00, 1.00, 1.00, 0.92, 0.88, 1.00, 0.99\} = 0.88$$

$$d(D_8) = \min\{1.00, 1.00, 1.00, 0.930, 0.886, 1.00, 1.00\} = 0.88$$

Donde:

$$W' = (d(D_1), d(D_2), d(D_3), d(D_4), d(D_5), d(D_6), d(D_7), d(D_8))^T$$

$$W' = (0.66, 0.74, 0.68, 0.95, 1.00, 0.85, 0.88, 0.88)$$

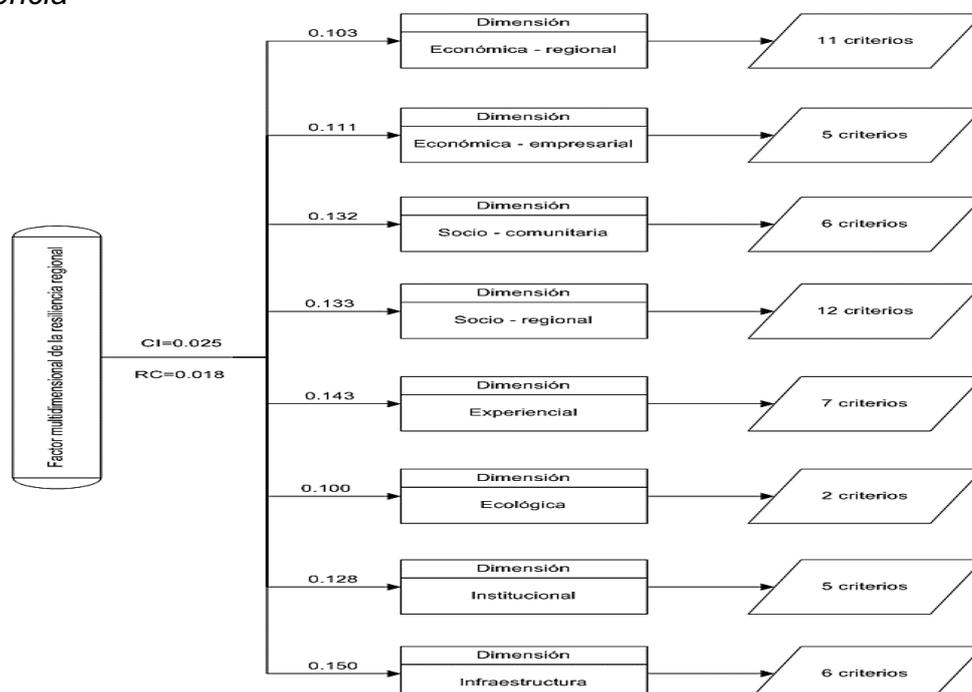
Normalizando, el vector de pesos queda:

$$G(W_{D1}, W_{D2}, W_{D3}, W_{D4}, W_{D5}, W_{D6}, W_{D7}, W_{D8},)$$

$$= (0.100, 0.111, 0.103, 0.143, 0.150, 0.128, 0.132, 0.133)$$

La estructura del índice multidimensional de resiliencia en base a la ponderación de las ocho dimensiones propuesta es la siguiente:

**Figura 5**  
*Estructura de las dimensiones del modelo de análisis multidimensional de la resiliencia*



Nota: (Autores, 2025).



	Vulnerabilidad	Abastecimiento	Propiedad	Asequibilidad	Dependencia	Empleo	Diversidad
	1.05	0.53	0.46	0.40	1.32	0.88	1.16
	1.39	0.67	0.59	0.51	1.65	1.22	1.50
	1.78	0.86	0.76	0.69	2.05	1.61	1.88
	0.90	0.84	0.50	0.42	0.47	1.08	0.76
	1.32	1.22	0.67	0.54	0.62	1.41	1.08
	2.11	1.68	1.00	0.74	0.90	1.80	1.41
	0.59	0.82	1.00	0.67	0.74	1.41	1.11
	0.82	1.19	1.50	1.00	1.11	1.88	1.57
	1.19	2.11	2.00	2.00	2.00	2.59	2.24
	0.45	0.59	0.62	0.40	0.40	0.47	0.76
	0.59	0.82	0.90	0.50	0.50	0.62	1.08
	0.88	1.19	1.68	0.67	0.67	0.90	1.41
	0.50	0.66	0.66	0.59	0.50	0.56	0.50
	0.66	0.88	0.88	0.67	0.66	0.76	1.00
	0.88	1.26	1.26	1.19	0.88	1.07	1.50
	0.50	0.66	0.74	0.50	0.67	0.50	0.93
	0.66	0.88	1.11	0.67	1.00	1.00	1.32
	0.88	1.26	2.00	1.00	2.00	1.50	1.78
	0.56	1.50	1.11	0.82	0.50	0.50	1.14
	0.76	2.00	1.61	1.19	1.00	1.00	1.52
	1.07	2.50	2.11	2.11	1.50	1.50	1.99
	0.54	1.36	1.00	0.50	0.47	1.00	0.84
	0.74	1.86	1.50	1.00	0.84	1.50	1.22
	1.19	2.36	2.00	1.50	1.22	2.00	1.68
	0.42	0.50	0.50	0.50	0.47	0.50	0.80
	0.54	0.67	1.00	0.67	0.62	0.90	1.14
	0.74	1.00	1.50	1.00	0.90	1.36	1.52
	0.47	0.50	1.00	0.42	0.40	0.80	0.80
	0.62	1.00	1.50	0.54	0.50	1.14	1.14
	0.90	1.50	2.00	0.74	0.67	1.52	1.52
	0.50	1.11	1.36	0.84	0.93	1.14	1.14
	1.00	1.61	1.86	1.36	1.32	1.52	1.52
	1.50	2.11	2.36	1.86	1.78	1.99	1.99

Nota: (Autores, 2025).

La matriz normalizada considerando  $Ca_{CRIPS} = \frac{4m+l+u}{6}$  de los valores correspondientes a las medias geométricas de los expertos es la siguiente:

**Tabla 20**

*Datos normalizados de expertos en análisis de la dimensión económico-regional (media geométrica)*

	Pobreza	Equidad de ingreso	Equidad de	Empleo por	Empleo	Diversidad	Empleo femenino	Dependencia económica	Asequibilidad regional	Propiedad de la	Abast.	Vulner. económica	Suma	Vect. Prior
Pobreza	1.000													
Equidad de ingreso	0.837	1.000												
Equidad de	1.231	1.231	1.000											
Empleo por	2.589	1.830	2.589	1.000										
Empleo	0.933	0.511	0.933	0.511	1.000									
Diversidad	0.678	0.956	0.678	0.956	0.678	1.000								
Empleo femenino	0.837	0.719	0.837	0.719	0.837	0.719	1.000							
Dependencia económica	0.611	1.611	0.611	1.611	0.611	1.611	0.611	1.000						
Asequibilidad regional	1.967	1.861	1.967	1.861	1.967	1.861	1.967	1.861	1.000					
Propiedad de la	1.715	1.500	1.715	1.500	1.715	1.500	1.715	1.500	1.715	1.000				
Abast.	1.503	0.842	1.503	0.842	1.503	0.842	1.503	0.842	1.503	1.503	1.000			
Vulner. económica	0.732	0.770	0.732	0.770	0.732	0.770	0.732	0.770	0.732	0.732	0.732	1.000		
Suma	13.798	12.437	13.798	12.437	13.798	12.437	13.798	12.437	13.798	13.798	13.798	13.798	1.000	
Vect. Prior	0.104	0.094	0.104	0.094	0.104	0.094	0.104	0.094	0.104	0.104	0.104	0.104	0.104	1.000

	Vulnerabilidad económica	Abastecimiento	Propiedad de la vivienda	Asequibilidad regional	Dependencia económica	Empleo femenino	Diversidad económica	Empleo	Empleo por sectores
10.959	1.399	0.678	0.596	0.521	1.663	1.231	1.503	1.139	0.391
11.802	1.380	1.237	0.694	0.552	0.643	1.422	1.081	2.000	0.562
16.015	0.842	1.281	1.500	1.111	1.194	1.921	1.601	1.146	1.000
8.541	0.618	0.842	0.986	0.511	0.511	0.643	1.081	1.000	0.904
8.908	0.669	0.904	0.904	0.742	0.669	0.779	1.000	0.956	0.651
10.606	0.669	0.904	1.194	0.694	1.111	1.000	1.329	1.611	0.537
14.341	0.779	2.000	1.611	1.281	1.000	1.000	1.534	2.000	0.912
15.549	0.780	1.861	1.500	1.000	0.844	1.500	1.237	2.000	1.000
10.656	0.552	0.694	1.000	0.694	0.643	0.912	1.146	1.106	0.694
10.923	0.643	1.000	1.500	0.552	0.511	1.146	1.146	1.237	0.844
14.641	1.000	1.611	1.861	1.354	1.329	1.534	1.534	1.678	1.237
132.939	9.330	13.013	13.347	9.012	10.118	13.088	14.192	15.873	8.732
	0.070	0.098	0.100	0.068	0.076	0.098	0.107	0.119	0.066

Nota: (Autores, 2025).

Donde  $\lambda_{max} = 11.620$   $CI = 0.0620$   $RC = \frac{CI}{RI} = 0.042$

Como  $0.042 \leq 0.1$  la matriz es consistente

El método de análisis extendido de Saaty y los principios de comparación de los números difusos se emplean para obtener estimaciones de los vectores de peso

para los niveles individuales de una jerarquía (Chang D.-Y. , 1996). Sobre la base de los valores difusos, aplicando el método de extensión se obtienen valores sintéticos difusos, así:

$$\sum_{i=1}^{11} \sum_{j=1}^{11} Ca_{gi}^j = (0.50, 1.00, 1.50) + (0.88, 1.22, 1.61) + \dots + (0.50 + 1.00 + 1.50)$$

$$\sum_{i=1}^{11} \sum_{j=1}^{11} Ca_{gi}^j = (129.56, 272.05, 618.64)$$

$$\left[ \sum_{i=1}^{11} \sum_{j=1}^{11} Ca_{gi}^j \right]^{-1} = (0.002, 0.004, 0.008)$$

$$\sum_{j=1}^{11} Ca_{gi}^j = (0.50, 1.00, 1.50) + (0.88, 1.22, 1.61) + \dots (0.56, 0.72, 0.96)$$

$$\sum_{j=1}^{11} Ca_{gi}^j = (14.87, 29.29, 57.27)$$

$$Ca1 = \sum_{j=1}^{11} Ca_{gi}^j * \left[ \sum_{i=1}^{11} \sum_{j=1}^{11} Ca_{gi}^j \right]^{-1} = (0.024, 0.108, 0.442)$$

Similar procedimiento con los demás criterios, obteniéndose los siguientes valores:

**Tabla 21**  
*Vectores difusos sintéticos de expertos en la dimensión económico-regional*

Criterios	l	m	u
Ca1	0.024	0.108	0.442
Ca2	0.022	0.115	0.530
Ca3	0.009	0.038	0.163
Ca4	0.036	0.200	0.921
Ca5	0.021	0.091	0.406
Ca6	0.016	0.074	0.339
Ca7	0.012	0.045	0.292
Ca8	0.011	0.043	0.305
Ca9	0.019	0.097	0.546
Ca10	0.029	0.152	0.700
Ca11	0.011	0.036	0.132

Nota: (Autores, 2025).

A continuación, se calculan, en base de comparación, los vectores de ponderación del nivel de valor de la jerarquía, considerando el grado de posibilidad de que  $Ca_2 \geq Ca_1$  que se define como:

$$Ca(Ca_2 \geq Ca_1) = \sup_{y \geq x} [\min(\mu_{Ca_1}(x), \mu_{Ca_2}(y))]$$

Donde esto es un par  $(x, y)$ , de modo que  $y \geq x$  y  $\mu_{Ca_1}(x) = \mu_{Ca_2}(y)$  y  $Ca(Ca_2 \geq Ca_1) = 1$ . Mientras  $Ca_1 = (l_1, m_1, u_1)$  y  $Ca_2 = (l_2, m_2, u_2)$  números difusos convexos, entonces:

$$Ca(Ca_2 \geq Ca_1) = hgt(Ca_1 \cap Ca_2) = \mu_{Ca_2}(d) = f(x)$$

$$= \begin{cases} 1, & \text{Sí } m_2 \geq m_1 \\ 0, & \text{Sí } l_1 \geq u_2 \\ \frac{l_1 - u_2}{(m_2 - u_2) - (m_1 - l_1)}, & \text{otro} \end{cases}$$

Se tiene:

Ca(Ca1>Ca2)	0.982	Ca(Ca2>Ca1)	1.000	Ca(Ca3>Ca1)	0.666
Ca(Ca1>Ca3)	1.000	Ca(Ca2>Ca3)	1.000	Ca(Ca3>Ca2)	0.646
Ca(Ca1>Ca4)	0.814	Ca(Ca2>Ca4)	0.853	Ca(Ca3>Ca4)	0.437
Ca(Ca1>Ca5)	1.000	Ca(Ca2>Ca5)	1.000	Ca(Ca3>Ca5)	0.730
Ca(Ca1>Ca6)	1.000	Ca(Ca2>Ca6)	1.000	Ca(Ca3>Ca6)	0.805
Ca(Ca1>Ca7)	1.000	Ca(Ca2>Ca7)	1.000	Ca(Ca3>Ca7)	1.000
Ca(Ca1>Ca8)	1.000	Ca(Ca2>Ca8)	1.000	Ca(Ca3>Ca8)	0.966
Ca(Ca1>Ca9)	1.000	Ca(Ca2>Ca9)	0.931	Ca(Ca3>Ca9)	0.709
Ca(Ca1>Ca10)	0.903	Ca(Ca2>Ca10)	0.931	Ca(Ca3>Ca10)	0.540
Ca(Ca1>Ca11)	1.000	Ca(Ca2>Ca11)	1.000	Ca(Ca3>Ca11)	1.000
Ca(Ca4>Ca1)	1.000	Ca(Ca5>Ca1)	0.957	Ca(Ca6>Ca1)	0.902
Ca(Ca4>Ca2)	1.000	Ca(Ca5>Ca2)	0.940	Ca(Ca6>Ca2)	0.884
Ca(Ca4>Ca3)	1.000	Ca(Ca5>Ca3)	1.000	Ca(Ca6>Ca3)	1.000

**Capítulo III: Contribuciones del AHP a la toma de decisiones**

Ca(Ca4>Ca5)	1.000	Ca(Ca5>Ca4)	0.771	Ca(Ca6>Ca4)	0.705
Ca(Ca4>Ca6)	1.000	Ca(Ca5>Ca6)	1.000	Ca(Ca6>Ca5)	0.949
Ca(Ca4>Ca7)	1.000	Ca(Ca5>Ca7)	1.000	Ca(Ca6>Ca7)	1.000
Ca(Ca4>Ca8)	1.000	Ca(Ca5>Ca8)	1.000	Ca(Ca6>Ca8)	1.000
Ca(Ca4>Ca9)	1.000	Ca(Ca5>Ca9)	0.983	Ca(Ca6>Ca9)	0.932
Ca(Ca4>Ca10)	1.000	Ca(Ca5>Ca10)	0.860	Ca(Ca6>Ca10)	0.798
Ca(Ca4>Ca11)	1.000	Ca(Ca5>Ca11)	1.000	Ca(Ca6>Ca11)	1.000
Ca(Ca7>Ca1)	0.811	Ca(Ca8>Ca1)	0.814	Ca(Ca9>Ca1)	0.980
Ca(Ca7>Ca2)	0.795	Ca(Ca8>Ca2)	0.798	Ca(Ca9>Ca2)	0.967
Ca(Ca7>Ca3)	1.000	Ca(Ca8>Ca3)	1.000	Ca(Ca9>Ca3)	1.000
Ca(Ca7>Ca4)	0.623	Ca(Ca8>Ca4)	0.631	Ca(Ca9>Ca4)	0.831
Ca(Ca7>Ca5)	1.000	Ca(Ca8>Ca5)	0.858	Ca(Ca9>Ca5)	1.000
Ca(Ca7>Ca6)	0.907	Ca(Ca8>Ca6)	0.906	Ca(Ca9>Ca6)	1.000
Ca(Ca7>Ca8)	1.000	Ca(Ca8>Ca7)	0.994	Ca(Ca9>Ca7)	1.000
Ca(Ca7>Ca9)	0.841	Ca(Ca8>Ca9)	0.842	Ca(Ca9>Ca8)	1.000
Ca(Ca7>Ca10)	0.712	Ca(Ca8>Ca10)	0.718	Ca(Ca9>Ca10)	0.904
Ca(Ca7>Ca11)	1.000	Ca(Ca8>Ca11)	1.000	Ca(Ca9>Ca11)	1.000
Ca(Ca10>Ca1)	1.000	Ca(Ca11>Ca1)	0.601		
Ca(Ca10>Ca2)	1.000	Ca(Ca11>Ca2)	0.582		
Ca(Ca10>Ca3)	1.000	Ca(Ca11>Ca3)	0.986		
Ca(Ca10>Ca4)	0.932	Ca(Ca11>Ca4)	0.367		
Ca(Ca10>Ca5)	1.000	Ca(Ca11>Ca5)	0.671		
Ca(Ca10>Ca6)	1.000	Ca(Ca11>Ca6)	0.756		
Ca(Ca10>Ca7)	1.000	Ca(Ca11>Ca7)	0.931		

$$Ca(Ca_{10} > Ca_8) \quad 1.000 \quad Ca(Ca_{11} > Ca_8) \quad 0.945$$

$$Ca(Ca_{10} > Ca_9) \quad 1.000 \quad Ca(Ca_{11} > Ca_9) \quad 0.650$$

$$Ca(Ca_{10} > Ca_{11}) \quad 1.000 \quad Ca(Ca_{11} > Ca_{10}) \quad 0.471$$

El grado de posibilidad de que un número difuso convexo sea mayor que  $k$  números convexos se define como:  $Ca(Ca \geq Ca_1, Ca_2, \dots, k) = Ca [(Ca \geq Ca_1) \text{ y } (Ca \geq Ca_2) \text{ y } \dots \text{ y } (Ca \geq Ca_k)] = \min Ca(Ca \geq Ca_i) = 1, 2, 3, \dots, k$

Entonces, suponiendo que:

$$d'(A_i) = \min Ca(S_i \geq S_k)$$

Para  $k = 1, 2, 3, \dots, n; k \neq i$ .

El peso del vector es:

$$W' = (d'(A_1), d'(A_2), \dots, d'(A_n))^T$$

$$d(Ca_1) = \min\{0.982, 1.000, 0.814, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 0.903, 1.000\} \\ = 0.814$$

$$d(Ca_2) = \min\{1.000, 1.000, 0.853, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 0.931, 0.931, 1.000\} \\ = 0.853$$

$$d(Ca_3) = \min\{0.666, 0.646, 0.437, 0.730, 0.805, 1.000, 0.966, 0.709, 0.540, 1.000\} \\ = 0.473$$

$$d(Ca_4) = \min\{1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000\} \\ = 1.000$$

$$d(Ca_5) = \min\{0.957, 0.940, 1.000, 0.771, 1.000, 1.000, 1.000, 0.983, 0.860, 1.000\} \\ = 0.771$$

$$d(Ca_6) = \min\{0.902, 0.884, 1.000, 0.705, 0.949, 1.000, 1.000, 0.932, 0.798, 1.000\} \\ = 0.705$$

$$d(Ca_7) = \min\{0.811, 0.795, 1.000, 0.623, 1.000, 0.907, 1.000, 0.841, 0.712, 1.000\} \\ = 0.623$$

$$d(Ca_8) = \min\{0.814, 0.798, 1.000, 0.631, 0.858, 0.906, 0.994, 0.842, 0.718, 1.000\} \\ = 0.631$$

$$d(Ca_9) = \min\{0.980, 0.967, 1.000, 0.831, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 0.904, 1.000\}$$

$$= 0.831$$

$$d(Ca_{10}) = \min\{1.000, 1.000, 1.000, 0.932, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000\}$$

$$= 0.932$$

$$d(Ca_{11}) = \min\{0.601, 0.582, 0.986, 0.367, 0.671, 0.756, 0.931, 0.945, 0.650, 0.471\}$$

$$= 0.367$$

Donde:

$W'$

$$= (d(Ca_1), d(Ca_2), d(Ca_3), d(Ca_4), d(Ca_5), d(Ca_6), d(Ca_7), d(Ca_8), d(Ca_9), d(Ca_{10}), d(Ca_{11}))^T$$

$$W' = (0.814, 0.853, 0.437, 1.000, 0.771, 0.705, 0.623, 0.631, 0.831, 0.932, 0.367)$$

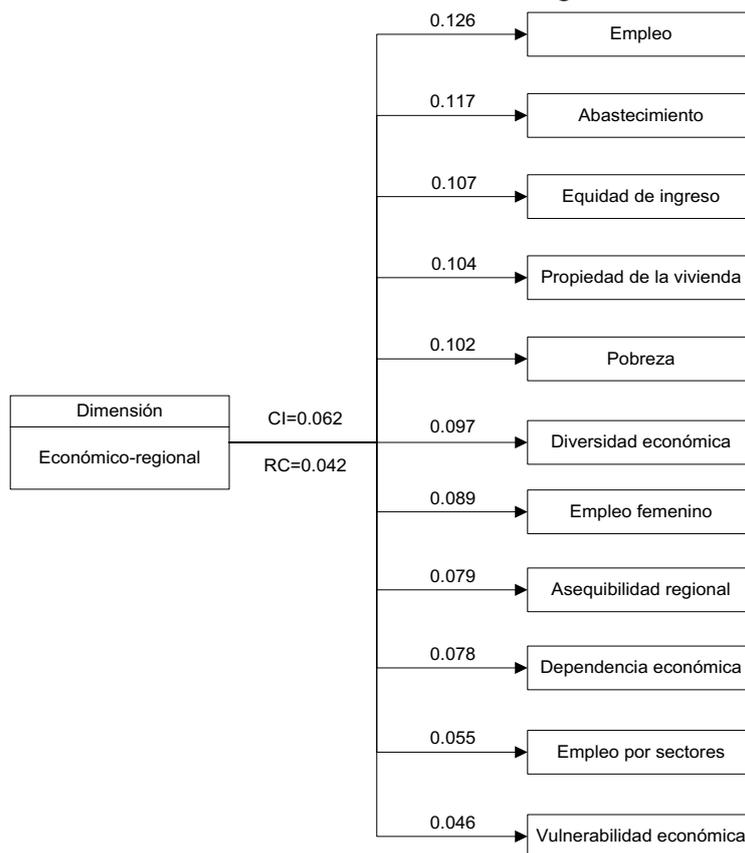
Normalizando, el vector de pesos queda:

$$G(W_{Ca1}, W_{Ca2}, W_{Ca3}, W_{Ca4}, W_{Ca5}, W_{Ca6}, W_{Ca7}, W_{Ca8}, W_{Ca9}, W_{Ca10}, W_{Ca11})$$

$$= (0.102, 0.107, 0.055, 0.126, 0.097, 0.089, 0.078, 0.079, 0.104, 0.117, 0.046)$$

Es decir, la jerarquización ponderada de los juicios para evaluar los criterios relacionados con la resiliencia es la siguiente:

**Figura 6**  
*Estructura ponderada de la dimensión económica regional*



Nota: (Autores, 2025).

### Dimensión económico-empresarial

El análisis jerárquico multicriterio difuso para la dimensión económico-empresarial considera cinco criterios y cuatro expertos. Sus respuestas son tratadas a través de matrices difusas y su robustez es verificada a través de la razón de consistencia. En resumen, se obtienen los siguientes resultados:

**Tabla 22**  
*Resumen de consistencia de matrices de expertos en la dimensión económico-empresarial*

Ord.	Nombre del experto	Criterios de evaluación	CI	RI	Observación
1	Experto I	5	0.111	0.099	Matriz consistente
2	Experto II	5	0.076	0.068	Matriz consistente
3	Experto III	5	0.040	0.036	Matriz consistente
4	Experto IV	5	0.050	0.044	Matriz consistente

Nota: (Autores, 2025).

Haciendo uso de la media geométrica, los datos de las matrices son tratados, obteniéndose una matriz síntesis con la cual se desarrolla el proceso de ponderación y jerarquización.

**Tabla 23**

*Datos obtenidos de expertos en análisis de la dimensión económico-empresarial (media geométrica)*

	Visión empresarial			Emprendimiento			Ambiente empresarial			Comportamiento empresa / desastre			Actividad empresarial femenina		
Visión empresarial	0.500	1.000	1.500	0.595	0.904	1.316	0.423	0.595	0.816	1.612	2.115	2.617	1.000	1.540	2.060
Emprendimiento	0.760	1.107	1.682	0.500	1.000	1.500	0.382	0.473	0.620	1.682	2.200	2.711	0.783	1.075	1.495
Ambiente empresarial	1.225	1.682	2.364	1.612	2.115	2.617	0.500	1.000	1.500	2.200	2.711	3.218	0.783	1.316	1.831
Comportamiento empresa / desastre	0.382	0.473	0.620	0.369	0.454	0.595	0.311	0.369	0.454	0.500	1.000	1.500	0.321	0.382	0.473
Actividad empresarial femenina	0.485	0.649	1.000	0.669	0.931	1.278	0.546	0.760	1.278	2.115	2.617	3.118	0.500	1.000	1.500

Nota: (Autores, 2025).

La matriz normalizada considerando  $Ca_{CRIPS} = \frac{4m+l+u}{6}$  de los valores correspondientes a las medias geométricas de los expertos, es la siguiente:

**Tabla 24**

*Datos normalizados de expertos en análisis de la dimensión económico-empresarial*

	Visión empresarial	Emprendimiento	Ambiente empresarial	Comportamiento empresa/desastre	Actividad empresarial femenina	Suma	Vector Prior.
Visión empresarial	1.000	0.921	0.603	2.115	1.537	6.175	0.208
Emprendimiento	1.145	1.000	0.482	2.199	1.096	5.922	0.199
Ambiente empresarial	1.719	2.115	1.000	2.710	1.313	8.857	0.298
Comportamiento	0.482	0.464	0.373	1.000	0.387	2.706	0.091

empresa / desastre Actividad empresarial femenina	0.680	0.945	0.811	2.616	1.000	6.052	0.204
<b>Total</b>	<b>5.027</b>	<b>5.444</b>	<b>3.269</b>	<b>10.640</b>	<b>5.333</b>	<b>29.713</b>	

Nota: (Autores, 2025).

$$\text{Donde } \lambda_{max} = 5.160 \quad CI = 0.0399 \quad RC = \frac{CI}{RI} = 0.036$$

Como  $0.036 \leq 0.1$  la matriz es consistente

El método de análisis extendido de Saaty y los principios de comparación de los números difusos se emplean para obtener estimaciones de los vectores de peso para los niveles individuales de una jerarquía (Chang D.-Y. , 1996). Sobre la base de los valores difusos, aplicando el método de extensión se obtienen valores sintéticos difusos, así:

$$\sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 Cb_{gi}^j = (0.500, 1.000, 1.500) + (0.595, 0.904, 1.316) + \dots$$

$$+ (0.500 + 1.000 + 1.500)$$

$$\sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 Cb_{gi}^j = (20.75, 29.47, 39.66)$$

$$\left[ \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 Cb_{gi}^j \right]^{-1} = (0.025, 0.034, 0.048)$$

$$\sum_{j=1}^5 Cb_{gi}^j = (0.50, 1.00, 1.50) + (0.88, 1.22, 1.61) + (2.08, 2.59, 3.10)$$

$$+ (0.56, 0.93, 1.32) + (0.53, 0.67, 0.86)$$

$$\sum_{j=1}^5 Cb_{gi}^j = (4.129, 6.153, 8.309)$$

$$Cb1 = \sum_{j=1}^5 Cb_{gi}^j * \left[ \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 Cb_{gi}^j \right]^{-1} = (0.104, 0.209, 0.400)$$

Similar procedimiento con los demás criterios, obteniéndose los siguientes valores:

**Tabla 25**

*Vectores difusos sintéticos de expertos en la dimensión económico-empresarial*

Criterios	l	m	u
Cb1	0.104	0.209	0.400
Cb2	0.104	0.199	0.386
Cb3	0.159	0.299	0.556
Cb4	0.047	0.091	0.176
Cb5	0.109	0.202	0.394

Nota: (Autores, 2025).

A continuación, se calculan, en base de comparación, los vectores de ponderación del nivel de valor de la jerarquía, considerando el grado de posibilidad de que  $Cb_2 \geq Cb_1$  que se define como:

$$Cb(Cb_2 \geq Cb_1) = \sup_{y \geq x} [\min(\mu_{Cb_1}(x), \mu_{Cb_2}(y))]$$

Donde esto es un par  $(x, y)$ , de modo que  $y \geq x$  y  $\mu_{Cb_1}(x) = \mu_{Cb_2}(y)$  y  $Cb(Cb_2 \geq Cb_1) = 1$ . Mientras  $Cb_1 = (l_1, m_1, u_1)$  y  $Cb_2 = (l_2, m_2, u_2)$  números difusos convexos, entonces:

$$Cb(Cb_2 \geq Cb_1) = hgt(Cb_1 \cap Cb_2) = \mu_{Cb_2}(d) = f(x)$$

$$= \begin{cases} 1, & \text{Sí } m_2 \geq m_1 \\ 0, & \text{Sí } l_1 \geq u_2 \\ \frac{l_1 - u_2}{(m_2 - u_2) - (m_1 - l_1)}, & \text{otro} \end{cases}$$

Se tiene:

Cb(Cb1>Cb2) 1.000	Cb(Cb2>Cb1) 0.965	Cb(Cb3>Cb1) 1.000
Cb(Cb1>Cb3) 0.727	Cb(Cb2>Cb3) 0.692	Cb(Cb3>Cb2) 1.000
Cb(Cb1>Cb4) 1.000	Cb(Cb2>Cb4) 1.000	Cb(Cb3>Cb4) 1.000
Cb(Cb1>Cb5) 1.000	Cb(Cb2>Cb5) 0.988	Cb(Cb3>Cb5) 1.000
Cb(Cb4>Cb1) 0.377	Cb(Cb5>Cb1) 0.977	
Cb(Cb4>Cb2) 0.400	Cb(Cb5>Cb2) 1.000	
Cb(Cb4>Cb3) 0.072	Cb(Cb5>Cb3) 0.707	
Cb(Cb4>Cb5) 0.375	Cb(Cb5>Cb4) 1.000	

El grado de posibilidad de que un número difuso convexo sea mayor que  $k$  números convexos se define como:  $Cb(Cb \geq Cb_1, Cb_2, \dots, k) = Cb [(Cb \geq Cb_1) \text{ y } (Cb \geq Cb_2) \text{ y } \dots \text{ y } (Cb \geq Cb_k)] = \min Cb(Cb \geq Cb_i) = 1, 2, 3, \dots, k$

Entonces, suponiendo que:

$$d'(A_i) = \min Cb(S_i \geq S_k)$$

Para  $k = 1, 2, 3, \dots, n; k \neq i$ .

El peso del vector es:

$$W' = (d'(A_1), d'(A_2), \dots, d'(A_n))^T$$

$$d(Cb_1) = \min\{1.000, 0.727, 1.000, 1.000\} = 0.727$$

$$d(Cb_2) = \min\{0.965, 0.692, 1.000, 0.988\} = 0.692$$

$$d(Cb_3) = \min\{1.000, 1.000, 1.000, 1.000\} = 1.000$$

$$d(Cb_4) = \min\{0.377, 0.400, 0.072, 0.375\} = 0.072$$

$$d(Cb_5) = \min\{0.977, 1.000, 0.707, 1.000\} = 0.707$$

Donde:

$$W' = (d(Cb_1), d(Cb_2), d(Cb_3), d(Cb_4), d(Cb_5))^T$$

$$W' = (0.727, 0.692, 1.000, 0.072, 0.707)$$

Normalizando, el vector de pesos queda:

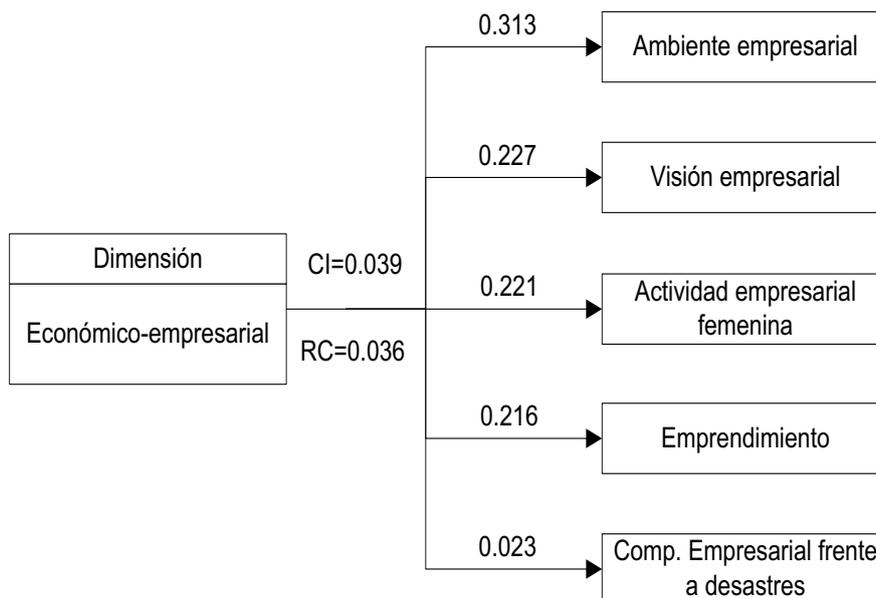
$$G(W_{Cb1}, W_{Cb2}, W_{Cb3}, W_{Cb4}, W_{Cb5})$$

$$= (0.227, 0.216, 0.313, 0.023, 0.221)$$

Es decir, la jerarquización ponderada de los juicios para evaluar los criterios relacionados con la resiliencia es la siguiente:

**Figura 7**

*Estructura ponderada de la dimensión económica-empresarial*



Nota: (Autores, 2025).

Dimensión sociorregional:

El análisis jerárquico multicriterio difuso para la dimensión sociorregional considera doce criterios y cinco expertos. Sus respuestas son tratadas a través de matrices difusas y su robustez es verificada a través de la razón de consistencia. En resumen, se obtienen los siguientes resultados:

**Tabla 26**

*Resumen de consistencia de matrices de expertos en la dimensión sociorregional*

Ord.	Nombre del experto	Criterios de evaluación	CI	RI	Observación
1	Experto I	12	0.120	0.081	Matriz consistente
2	Experto II	12	0.127	0.086	Matriz consistente
3	Experto III	12	0.123	0.083	Matriz consistente
4	Experto IV	12	0.119	0.080	Matriz consistente
5	Experto V	12	0.112	0.076	Matriz consistente

Nota: (Autores, 2025).

Haciendo uso de la media geométrica, los datos de las matrices son tratados, obteniéndose una matriz síntesis con la cual se desarrolla el proceso de ponderación y jerarquización.

**Tabla 27**

*Datos obtenidos de expertos en análisis de la dimensión sociorregional (media geométrica)*

Influencia	Cobertura	Cobertura de	Identidad	Ocupación	Educación	Género	Discapacidad	Edad de la	Nivel de
0.306	1.084	0.667	0.850	1.275	0.758	0.447	0.786	0.374	0.500
0.392	1.516	1.000	1.246	1.783	1.084	0.570	1.059	0.461	1.000
0.443	2.287	2.000	2.091	2.287	1.516	0.740	1.528	0.602	1.500
1.500	1.000	1.000	1.176	1.000	0.667	0.500	0.629	0.500	1.661
2.000	1.500	1.500	1.683	1.500	1.000	0.667	0.922	1.000	2.169
2.500	2.000	2.000	2.187	2.000	2.000	1.000	1.741	1.500	2.674
0.574	2.000	1.500	0.850	0.500	1.000	0.333	0.500	0.574	0.654
0.784	2.500	2.000	1.275	0.667	1.500	0.400	1.000	1.084	0.944
1.149	3.000	2.500	2.000	1.000	2.000	0.500	1.500	1.589	1.272
0.500	2.500	2.000	1.289	0.480	0.623	0.500	2.000	1.000	1.351
1.000	3.000	2.500	1.201	0.623	0.830	1.000	2.500	1.500	1.755
1.500	3.500	3.000	2.551	0.830	1.201	1.500	3.000	2.000	2.239
0.480	1.500	1.000	0.850	0.500	0.500	0.833	0.500	0.500	0.660
0.623	2.000	1.500	1.275	0.667	1.000	1.204	0.667	1.000	0.922
0.830	2.500	2.000	2.000	1.000	1.500	1.605	1.000	1.500	1.320
0.400	1.500	1.000	0.667	0.500	1.000	1.204	1.000	0.500	0.437
0.500	2.000	1.500	1.000	1.000	1.500	1.605	1.500	0.667	0.561
0.667	2.500	2.000	2.000	1.500	2.000	2.081	2.000	1.000	0.784
0.333	0.667	0.500	0.500	0.500	0.500	0.392	0.500	0.457	0.478
0.400	1.000	0.667	1.000	1.000	0.784	0.833	0.784	0.594	0.803
0.500	2.000	1.000	1.500	1.500	1.176	0.776	1.176	0.850	1.176
0.500	1.000	0.500	1.000	0.500	0.500	0.333	0.400	0.500	0.500
0.667	1.500	1.000	1.500	0.667	0.667	0.400	0.500	0.667	1.000
1.000	2.000	1.500	2.000	1.000	1.000	0.500	0.667	1.000	1.500
0.333	0.500	0.500	0.500	0.400	0.400	0.286	0.333	0.500	0.437
0.400	1.000	0.667	1.000	0.500	0.500	0.333	0.400	0.667	0.660
0.500	1.500	1.000	1.500	0.667	0.667	0.400	0.500	1.000	0.922
0.500	2.000	1.000	2.000	1.500	1.204	0.667	0.871	0.400	2.257
1.000	2.500	1.500	2.500	2.000	1.605	1.000	1.275	0.500	2.551
1.500	3.000	2.000	3.000	2.500	2.081	2.000	1.741	0.667	3.272
0.400	1.500	1.000	1.500	0.500	1.500	0.457	2.000	2.000	1.783
0.500	2.000	1.500	2.000	0.667	2.000	0.594	2.500	2.500	2.287
0.667	2.500	2.000	2.500	1.000	2.500	0.850	3.000	3.000	2.789
0.418	0.623	0.667	0.871	0.400	2.081	0.286	0.418	1.320	0.570
0.530	0.830	1.000	1.383	0.500	2.612	0.333	0.574	1.733	0.740
0.723	1.201	2.000	1.084	0.667	3.129	0.400	0.784	1.644	1.021

Vulnerabilidad	0.979	1.351	1.755	0.608	0.577	0.758	1.275	1.741	2.391	2.500	3.000	3.500	0.320	0.383	0.480	1.500	2.000	2.500	0.922	0.723	1.149	0.500	1.000	0.667	0.500	1.000	0.667	1.500	2.000	0.400	0.500	0.667	1.605	1.383	1.888	2.391	1.000	1.500	2.000	0.500	1.000	1.500	0.500	1.000	0.667	1.000
Identidad	0.359	0.437	0.561	0.333	0.400	0.500	0.333	0.400	0.500	1.176	1.683	2.187	0.400	0.500	0.667	1.000	1.500	2.000	0.400	0.500	0.667	1.000	0.500	1.000	0.667	1.000	0.500	1.000	0.667	1.000	0.500	1.000	0.667	1.000	0.500	1.000	0.667	1.000	0.500	1.000	0.667	1.000	0.500	1.000	0.667	1.000

Nota: (Autores, 2025).

La matriz normalizada considerando  $CC_{CRIPS} = \frac{4m+l+u}{6}$  de los valores correspondientes a las medias geométricas de los expertos es la siguiente:

**Tabla 28**

*Datos normalizados de expertos en análisis de la dimensión sociorregional*

	Nivel de educación	Edad de la población	Discapacidades	Género	Educación básica	Ocupación	Identidad	Cobertura de seguro de salud	Cobertura médica	Influencia religiosa	Identidad empr. /terr.	Vulnerabilidad social	Suma	Vector Prior.
	1.000	0.470	1.092	0.578	1.102	1.782	1.321	1.000	0.666	2.622	2.286	0.759	15.554	0.092
	2.169	1.000	1.010	0.694	1.111	1.500	1.682	1.000	0.666	2.622	2.286	0.759	15.554	0.092
	0.950	1.084	1.000	0.406	1.500	0.694	1.325	0.802	0.406	1.286	2.500	0.583	13.884	0.082
	1.769	1.500	2.500	1.000	0.858	0.634	1.441	0.694	0.337	1.111	0.614	0.694	9.058	0.053
	0.945	1.000	0.694	1.209	1.000	0.694	1.325	0.511	0.406	1.286	2.500	0.583	13.884	0.082
	0.578	0.694	1.500	1.618	1.500	1.000	1.111	1.500	0.337	1.111	0.614	0.694	9.058	0.053
	0.811	0.614	0.802	0.750	0.802	1.000	1.000	0.802	0.750	1.286	2.500	0.583	13.884	0.082
	1.000	0.694	0.511	0.406	0.694	0.694	1.500	0.511	0.406	1.286	2.500	0.583	13.884	0.082
	0.666	0.694	0.406	0.337	0.511	0.511	1.000	0.511	0.337	1.111	0.614	0.694	9.058	0.053
	2.622	0.511	1.286	1.111	1.618	2.000	2.500	1.286	1.111	1.286	2.500	0.583	13.884	0.082
	2.286	2.500	2.500	0.614	2.000	0.694	2.000	2.500	0.614	1.286	2.500	0.583	13.884	0.082
	0.759	1.649	0.583	0.337	2.610	0.511	1.248	0.511	0.337	1.286	2.500	0.583	13.884	0.082
	15.554	12.411	13.884	9.058	15.306	11.716	17.454	13.884	9.058	15.306	11.716	13.884	13.884	0.082
	0.092	0.073	0.082	0.053	0.090	0.069	0.103	0.082	0.053	0.090	0.069	0.082	0.082	0.053

	Vulnerabilidad social	Identidad empres.	Influencia religiosa	Cobertura médica	Cobertura de seguro
12.215	1.356	0.445	0.386	1.572	1.111
15.184	0.612	0.406	2.000	1.500	1.500
14.447	1.772	0.406	0.810	2.500	2.000
20.883	3.000	1.682	1.000	3.000	2.500
11.901	0.389	0.511	0.634	2.000	1.500
15.512	2.000	1.500	0.511	2.000	1.500
9.328	0.827	0.511	0.406	1.111	0.694
10.389	1.000	0.694	0.694	1.500	1.000
7.945	1.209	0.511	0.406	1.000	0.694
20.536	1.888	2.000	1.000	2.500	1.500
19.106	1.500	1.000	0.511	2.000	1.500
11.903	1.000	0.694	0.543	0.858	1.111
169.349	16.553	10.361	8.901	21.541	16.611
	0.098	0.061	0.053	0.127	0.098

Nota: (Autores, 2025).

$$\text{Donde } \lambda_{max} = 13.088 \quad CI = 0.0989 \quad RC = \frac{CI}{RI} = 0.067$$

Como  $0.067 \leq 0.1$  la matriz es consistente.

El método de análisis extendido de Saaty y los principios de comparación de los números difusos se emplean para obtener estimaciones de los vectores de peso para los niveles individuales de una jerarquía (Chang D.-Y. , 1996). Sobre la base de los valores difusos, aplicando el método de extensión, se obtiene valores sintéticos difusos, así:

$$\sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^{12} Cc_{g_i}^j = (0.500, 1.000, 1.500) + (1.661, 2.169, 2.674) + \dots + (0.500 + 1.000 + 1.500)$$

$$\sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^{12} Cc_{g_i}^j = (120.105, 167.200, 227.189)$$

$$\left[ \sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^{12} Cc_{gi}^j \right]^{-1} = (0.004, 0.006, 0.008)$$

$$\sum_{j=1}^{12} Cc_{gi}^j = (0.500, 1.000, 1.50) + (1.661, 2.169, 2.674) + \dots + (0.570, 0.740, 1.021)$$

$$\sum_{j=1}^{12} Cc_{gi}^j = (11.298, 15.392, 20.469)$$

$$Cc1 = \sum_{j=1}^{12} Cc_{gi}^j * \left[ \sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^{12} Cc_{gi}^j \right]^{-1} = (0.050, 0.092, 0.170)$$

Similar procedimiento con los demás criterios, obteniéndose los siguientes valores:

**Tabla 29**

*Vectores difusos sintéticos de expertos en la dimensión sociorregional*

Criterios	l	m	u
Cc1	0.050	0.092	0.170
Cc2	0.038	0.074	0.136
Cc3	0.044	0.082	0.155
Cc4	0.027	0.053	0.103
Cc5	0.047	0.090	0.173
Cc6	0.035	0.069	0.133
Cc7	0.053	0.102	0.203
Cc8	0.050	0.097	0.191
Cc9	0.070	0.128	0.233
Cc10	0.027	0.052	0.100
Cc11	0.033	0.061	0.114
Cc12	0.054	0.097	0.179

Nota: (Autores, 2025).

A continuación, se calculan, en base de comparación, los vectores de ponderación del nivel de valor de la jerarquía, considerando el grado de posibilidad de que  $Cc_2 \geq Cc_1$  que se define como:

$$Cc(Cc_2 \geq Cc_1) = \sup_{y \geq x} [\min(\mu_{Cc_1}(x), \mu_{Cc_2}(y))]$$

Donde esto es un par  $(x, y)$ , de modo que  $y \geq x$  y  $\mu_{Cc_1}(x) = \mu_{Cc_2}(y)$  y  $Cc(Cc_2 \geq Cc_1) = 1$ .

Mientras  $Cc_1 = (l_1, m_1, u_1)$  y  $Cc_2 = (l_2, m_2, u_2)$  números difusos convexos, entonces:

$$Cc(Cc_2 \geq Cc_1) = hgt(Cc_1 \cap Cc_2) = \mu_{Cc_2}(d) = f(x) = \begin{cases} 1, & \text{Sí } m_2 \geq m_1 \\ 0, & \text{Sí } l_1 \geq u_2 \\ \frac{l_1 - u_2}{(m_2 - u_2) - (m_1 - l_1)}, & \text{otro} \end{cases}$$

Se tiene:

$Cc(Cc_1 > Cc_2)$	1.000	$Cc(Cc_2 > Cc_1)$	0.827	$Cc(Cc_3 > Cc_1)$	0.912
$Cc(Cc_1 > Cc_3)$	1.000	$Cc(Cc_2 > Cc_3)$	0.922	$Cc(Cc_3 > Cc_2)$	1.000
$Cc(Cc_1 > Cc_4)$	1.000	$Cc(Cc_2 > Cc_4)$	1.000	$Cc(Cc_3 > Cc_4)$	1.000
$Cc(Cc_1 > Cc_5)$	1.000	$Cc(Cc_2 > Cc_5)$	0.846	$Cc(Cc_3 > Cc_5)$	0.928
$Cc(Cc_1 > Cc_6)$	1.000	$Cc(Cc_2 > Cc_6)$	1.000	$Cc(Cc_3 > Cc_6)$	1.000
$Cc(Cc_1 > Cc_7)$	0.921	$Cc(Cc_2 > Cc_7)$	0.748	$Cc(Cc_3 > Cc_7)$	0.835
$Cc(Cc_1 > Cc_8)$	0.955	$Cc(Cc_2 > Cc_8)$	0.785	$Cc(Cc_3 > Cc_8)$	0.869
$Cc(Cc_1 > Cc_9)$	0.738	$Cc(Cc_2 > Cc_9)$	0.553	$Cc(Cc_3 > Cc_9)$	0.650
$Cc(Cc_1 > Cc_{10})$	1.000	$Cc(Cc_2 > Cc_{10})$	1.000	$Cc(Cc_3 > Cc_{10})$	1.000
$Cc(Cc_1 > Cc_{11})$	1.000	$Cc(Cc_2 > Cc_{11})$	1.000	$Cc(Cc_3 > Cc_{11})$	1.000
$Cc(Cc_1 > Cc_{12})$	0.952	$Cc(Cc_2 > Cc_{12})$	0.438	$Cc(Cc_3 > Cc_{12})$	0.863
$Cc(Cc_4 > Cc_1)$	0.579	$Cc(Cc_5 > Cc_1)$	0.985	$Cc(Cc_6 > Cc_1)$	0.784
$Cc(Cc_4 > Cc_2)$	0.760	$Cc(Cc_5 > Cc_2)$	1.000	$Cc(Cc_6 > Cc_2)$	1.000
$Cc(Cc_4 > Cc_3)$	0.676	$Cc(Cc_5 > Cc_3)$	1.000	$Cc(Cc_6 > Cc_3)$	0.876
$Cc(Cc_4 > Cc_5)$	0.602	$Cc(Cc_5 > Cc_4)$	1.000	$Cc(Cc_6 > Cc_4)$	1.000
$Cc(Cc_4 > Cc_6)$	0.811	$Cc(Cc_5 > Cc_6)$	1.000	$Cc(Cc_6 > Cc_5)$	0.803
$Cc(Cc_4 > Cc_7)$	0.506	$Cc(Cc_5 > Cc_7)$	0.910	$Cc(Cc_6 > Cc_7)$	0.708
$Cc(Cc_4 > Cc_8)$	0.545	$Cc(Cc_5 > Cc_8)$	0.943	$Cc(Cc_6 > Cc_8)$	0.744
$Cc(Cc_4 > Cc_9)$	0.308	$Cc(Cc_5 > Cc_9)$	0.733	$Cc(Cc_6 > Cc_9)$	0.518
$Cc(Cc_4 > Cc_{10})$	1.000	$Cc(Cc_5 > Cc_{10})$	1.000	$Cc(Cc_6 > Cc_{10})$	1.000
$Cc(Cc_4 > Cc_{11})$	0.899	$Cc(Cc_5 > Cc_{11})$	1.000	$Cc(Cc_6 > Cc_{11})$	1.000
$Cc(Cc_4 > Cc_{12})$	0.523	$Cc(Cc_5 > Cc_{12})$	0.939	$Cc(Cc_6 > Cc_{12})$	0.733
$Cc(Cc_7 > Cc_1)$	1.000	$Cc(Cc_8 > Cc_1)$	1.000	$Cc(Cc_9 > Cc_1)$	1.000
$Cc(Cc_7 > Cc_2)$	1.000	$Cc(Cc_8 > Cc_2)$	1.000	$Cc(Cc_9 > Cc_2)$	1.000
$Cc(Cc_7 > Cc_3)$	1.000	$Cc(Cc_8 > Cc_3)$	1.000	$Cc(Cc_9 > Cc_3)$	1.000

Cc(Cc7>Cc4)	1.000	Cc(Cc8>Cc4)	1.000	Cc(Cc9>CC4)	1.000
Cc(Cc7>Cc5)	1.000	Cc(Cc8>Cc5)	1.000	Cc(Cc9>CC5)	1.000
Cc(Cc7>Cc6)	1.000	Cc(Cc8>Cc6)	1.000	Cc(Cc9>CC6)	1.000
Cc(Cc7>Cc8)	1.000	Cc(Cc8>Cc7)	0.969	Cc(Cc9>CC7)	1.000
Cc(Cc7>Cc9)	0.839	Cc(Cc8>Cc9)	0.802	Cc(Cc9>CC8)	1.000
Cc(Cc7>Cc10)	1.000	Cc(Cc8>Cc10)	1.000	Cc(Cc9>CC10)	1.000
Cc(Cc7>Cc11)	1.000	Cc(Cc8>Cc11)	1.000	Cc(Cc9>CC11)	1.000
Cc(Cc7>Cc12)	1.000	Cc(Cc8>Cc12)	0.999	Cc(Cc9>CC12)	1.000
Cc(Cc10>Cc1)	0.559	Cc(Cc11>Cc1)	0.678	Cc(Cc12>Cc1)	1.000
Cc(Cc10>Cc2)	0.743	Cc(Cc11>Cc2)	0.858	Cc(Cc12>Cc2)	1.000
Cc(Cc10>Cc3)	0.657	Cc(Cc11>Cc3)	0.775	Cc(Cc12>Cc3)	1.000
Cc(Cc10>Cc4)	0.988	Cc(Cc11>Cc4)	1.000	Cc(Cc12>Cc4)	1.000
Cc(Cc10>Cc5)	0.583	Cc(Cc11>Cc5)	0.699	Cc(Cc12>Cc5)	1.000
Cc(Cc10>Cc6)	0.795	Cc(Cc11>Cc6)	0.909	Cc(Cc12>Cc6)	1.000
Cc(Cc10>Cc7)	0.486	Cc(Cc11>Cc7)	0.601	Cc(Cc12>Cc7)	1.000
Cc(Cc10>Cc8)	0.525	Cc(Cc11>Cc8)	0.640	Cc(Cc12>Cc8)	1.000
Cc(Cc10>Cc9)	0.285	Cc(Cc11>Cc9)	0.402	Cc(Cc12>Cc9)	0.786
Cc(Cc10>Cc11)	0.885	Cc(Cc11>Cc10)	1.000	Cc(Cc12>Cc10)	1.000
Cc(Cc10>Cc11)	0.501	Cc(Cc11>Cc12)	0.622	Cc(Cc12>Cc11)	1.000

El grado de posibilidad de que un número difuso convexo sea mayor que  $k$  números convexos se define como:

$$Cc(Cc \geq Cc_1, Cc_2, \dots, k) = Cc [(Cc \geq Cc_1) \text{ y } (Cc \geq Cc_2) \text{ y } \dots \text{ y } (Cc \geq Cc_k)]$$

$$= \min Cc(Cc \geq Cc_i) = 1, 2, 3, \dots, k$$

Entonces, suponiendo que:

$$d'(A_i) = \min Cc(S_i \geq S_k)$$

Para  $k = 1, 2, 3, \dots, n; k \neq i$ .

El peso del vector es:

$$W' = (d'(A_1), d'(A_2), \dots, d'(A_n))^T$$

$$d(Cc_1) = \min\{1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 0.921, 0.955, 0.738, 1.000, 1.000, 0.952\} \\ = 0.738$$

$$d(Cc_2) = \min\{0.827, 0.922, 1.000, 0.846, 1.000, 0.748, 0.785, 0.553, 1.000, 1.000, 0.438\} \\ = 0.438$$

$$d(Cc_3) = \min\{0.912, 1.000, 1.000, 0.928, 1.000, 0.835, 0.869, 0.650, 1.000, 1.000, 0.863\} \\ = 0.650$$

$$d(Cc_4) = \min\{0.579, 0.760, 0.676, 0.602, 0.811, 0.506, 0.545, 0.308, 1.000, 0.899, 0.523\} \\ = 0.308$$

$$d(Cc_5) = \min\{0.985, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 0.910, 0.943, 0.733, 1.000, 10.00, 0.939\} \\ = 0.733$$

$$d(Cc_6) = \min\{0.784, 1.000, 0.876, 1.000, 0.803, 0.708, 0.744, 0.518, 1.000, 1.000, 0.733\} \\ = 0.518$$

$$d(Cc_7) = \min\{1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 0.839, 1.000, 1.000, 1.000\} \\ = 0.839$$

$$d(Cc_8) = \min\{1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 0.969, 0.802, 1.000, 1.000, 0.999\} \\ = 0.802$$

$$d(Cc_9) = \min\{1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000\} \\ = 1.000$$

$$d(Cc_{10}) = \min\{0.599, 0.743, 0.657, 0.988, 0.583, 0.795, 0.486, 0.525, 0.285, 0.885, 0.501\} \\ = 0.285$$

$$d(Cc_{11}) = \min\{0.678, 0.858, 0.755, 1.000, 0.699, 0.909, 0.601, 0.640, 0.402, 1.000, 0.622\} = \\ 0.402$$

$$d(Cc_{12}) = \min\{1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 0.786, 1.000, 1.000\} \\ = 0.786$$

Donde:

$$W' \\ = (d(Cc_1), d(Cc_2), d(Cc_3), d(Cc_4), d(Cc_5), d(Cc_6), d(Cc_7), d(Cc_8), d(Cc_9), d(Cc_{10}), d(Cc_{11}), d(Cc_{12}))^T$$

$$W' = (0.738, 0.438, 0.650, 0.308, 0.733, 0.518, 0.839, 0.802, 1.000, 0.285, 0.402, 0.786)$$

Normalizando, el vector de pesos queda:

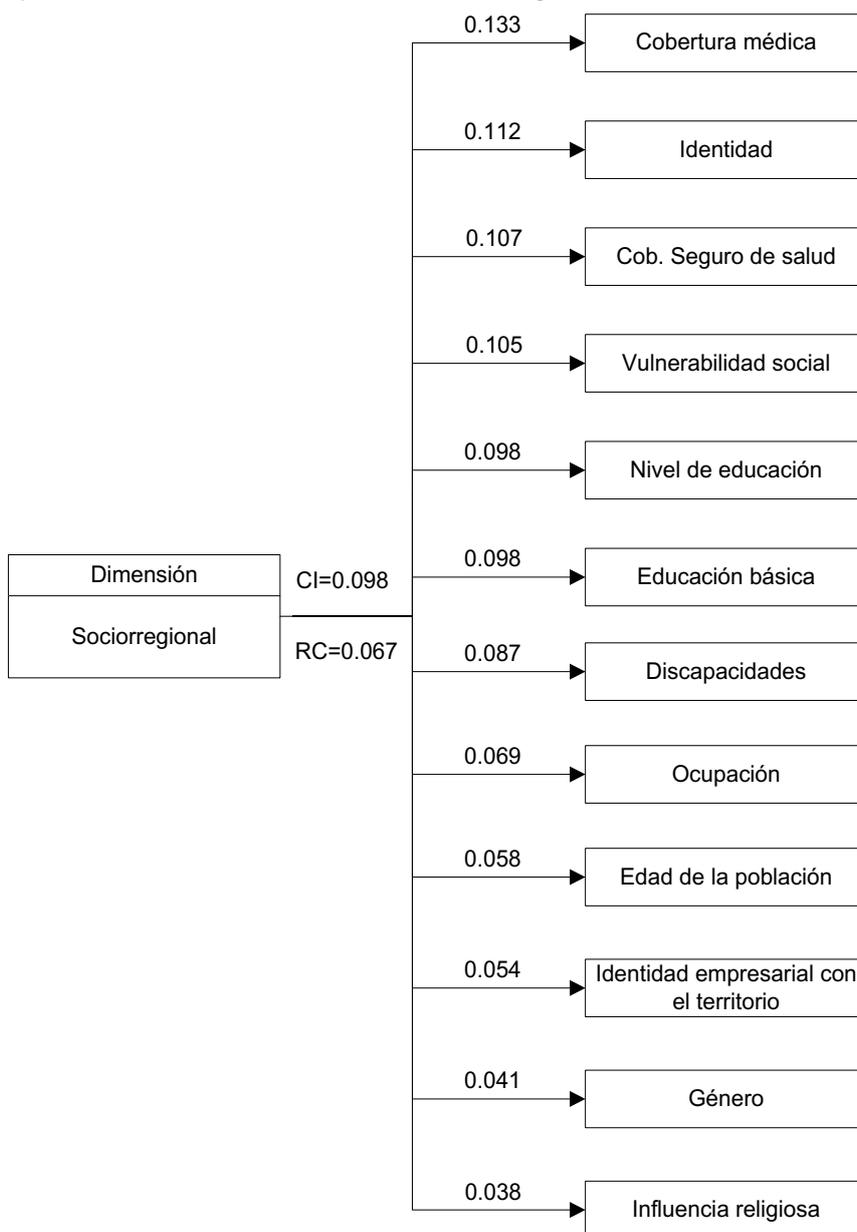
$$G(W_{Cc1}, W_{Cc2}, W_{Cc3}, W_{Cc4}, W_{Cc5}, W_{Cc6}, W_{Cc7}, W_{Cc8}, W_{Cc9}, W_{Cc10}, W_{Cc11})$$

$$= (0.098, 0.058, 0.087, 0.041, 0.098, 0.069, 0.112, 0.107, 0.133, 0.038, 0.054, 0.105)$$

Es decir, la jerarquización ponderada de los juicios para evaluar los criterios relacionados con la resiliencia es la siguiente:

**Figura 8**

*Estructura ponderada de la dimensión sociorregional*



Nota: (Autores, 2025).

Dimensión sociocomunitaria:

El análisis jerárquico multicriterio difuso para la dimensión sociocomunitaria considera ocho criterios y cinco expertos, sus respuestas son tratadas a través de matrices difusas y su robustez es verificada a través de la razón de consistencia, en resumen, se obtienen los siguientes resultados:

**Tabla 30**  
*Resumen de consistencia de matrices de expertos en la dimensión socio – comunitaria*

Ord.	Nombre del experto	Criterios de evaluación	CI	RI	Observación
1	Experto I	8	0.079	0.056	Matriz consistente
2	Experto II	8	0.066	0.047	Matriz consistente
3	Experto III	8	0.079	0.056	Matriz consistente
4	Experto IV	8	0.102	0.072	Matriz consistente
5	Experto V	8	0.078	0.056	Matriz consistente

*Nota:* (Autores, 2025).

Haciendo uso de la media geométrica, los datos de las matrices son tratados, obteniéndose una matriz síntesis con la cual se desarrolla el proceso de ponderación y jerarquización.

**Tabla 31**  
*Datos obtenidos de expertos en la dimensión sociocomunitaria (media geométrica)*

	Resiliencia individual y Cohesión familiar	Cohesión comunitaria	Asociatividad	Solidaridad	Liderazgo	Confianza institucional	Responsabilidad social empresarial
Resiliencia	0.500 1.000 1.500 0.715 1.149 1.623	1.246 1.760 2.268 1.413 1.679 2.309	0.776 1.320 1.840 0.944 1.465 1.974	2.038 2.551 3.059 2.091 2.593 3.094	0.616 0.871 1.398 0.500 1.000 1.500 2.000 0.500 0.667 1.000 1.500 2.000 1.000 1.500 2.000 0.400 0.500 0.667 1.000 0.574 1.084 1.589 0.500 1.000 1.500	0.441 0.568 0.803 1.000 1.500 2.000 0.500 1.000 1.500 2.000 0.400 0.500 0.667 1.000 1.500 2.000 2.500 1.500 2.000 2.500	0.433 0.596 0.708 1.000 1.500 2.000 0.500 0.667 1.000 0.500 1.000 1.500 2.000 0.400 0.500 0.667 1.000 0.574 1.084 1.589 0.500 1.000 1.500

Respon	Confianza	Liderazgo	Solidarida
0.323	0.327	0.506	0.543
0.386	0.392	0.683	0.758
0.478	0.491	1.059	1.289
0.400	0.500	1.000	0.667
0.500	0.667	1.500	1.000
0.667	1.000	2.000	2.000
0.400	0.400	1.500	0.500
0.500	0.500	2.000	0.667
0.667	0.667	2.500	1.000
0.667	0.629	1.000	1.500
1.000	0.922	1.500	2.000
2.000	1.741	2.000	2.500
0.667	0.667	0.500	0.500
0.667	1.000	0.667	1.000
2.000	2.000	1.000	1.500
0.500	0.784	0.500	1.000
0.667	1.149	1.000	1.500
1.000	2.091	1.500	2.000
0.400	0.500	0.478	0.500
0.500	1.000	0.871	1.000
0.667	1.500	1.275	1.500
0.500	1.500	1.000	0.500
1.000	2.000	1.500	1.000
1.500	2.500	2.000	1.500

Nota: (Autores, 2025).

La matriz normalizada considerando  $Cd_{CRIPS} = \frac{4m+l+u}{6}$  de los valores correspondientes a las medias geométricas de los expertos es la siguiente:

**Tabla 32**

*Datos normalizados de expertos en análisis de la dimensión sociocomunitaria*

	Resiliencia individual y comunitaria	Cohesión familiar	Cohesión comunitaria	Asociatividad	Solidaridad	Liderazgo	Confianza institucional	Responsabilidad social empresarial	Suma	Vector Prior.
Resiliencia individual y comunitaria	1.000	1.155	1.759	1.739	1.316	1.463	2.550	2.593	13.575	0.188
Cohesión familiar	0.916	1.000	0.694	0.694	1.000	0.694	1.500	2.000	8.499	0.118
Cohesión comunitaria	0.586	1.500	1.000	1.500	1.500	0.511	2.000	2.000	10.597	0.147
Asociatividad	0.587	1.500	0.694	1.000	0.511	0.694	1.084	1.000	7.071	0.098
Solidaridad	0.811	1.111	0.694	2.000	1.000	1.500	1.000	1.000	9.116	0.126

Liderazgo	0.716	1.500	2.000	1.500	0.694	1.000	0.873	1.500	9.783	0.135
Confianza institucional	0.398	0.694	0.511	1.010	1.111	1.245	1.000	2.000	7.969	0.110
Responsabilidad social empresarial	0.391	0.511	0.511	1.111	0.889	0.694	0.511	1.000	5.618	0.078
	5.404	8.972	7.864	10.555	8.021	7.803	10.517	13.093	72.230	

Nota: (Autores, 2025).

Donde  $\lambda_{max} = 8.507$   $CI = 0.0724$   $RC = \frac{CI}{RI} = 0.051$

Como  $0.051 \leq 0.1$  la matriz es consistente

El método de análisis extendido de Saaty y los principios de comparación de los números difusos se emplean para obtener estimaciones de los vectores de peso para los niveles individuales de una jerarquía (Chang D.-Y. , 1996). Sobre la base de los valores difusos, aplicando el método de extensión se obtiene valores sintéticos difusos, así:

$$\sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^8 Cd_{gi}^j = (0.500, 1.000, 1.500) + (0.715, 1.149, 1.623) + \dots + (0.500 + 1.000 + 1.500)$$

$$\sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^8 Cd_{gi}^j = (39.355, 57.868, 83.995)$$

$$\left[ \sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^8 Cd_{gi}^j \right]^{-1} = (0.012, 0.017, 0.025)$$

$$\sum_{j=1}^8 Cd_{gi}^j = (0.500, 1.000, 1.500) + (0.715, 1.149, 1.623) + \dots + (2.091, 2.593, 3.094)$$

$$\sum_{j=1}^8 Cd_{gi}^j = (7.632, 10.923, 14.573)$$

$$Cd1 = \sum_{j=1}^8 Cd_{gi}^j * \left[ \sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^8 Cd_{gi}^j \right]^{-1} = (0.091, 0.189, 0.370)$$

Similar procedimiento con los demás criterios, obteniéndose los siguientes valores:

**Tabla 33**

*Vectores difusos sintéticos de expertos en la dimensión sociocomunitaria*

<b>Criterios</b>	<b>l</b>	<b>m</b>	<b>u</b>
Cd1	0.091	0.189	0.370
Cd2	0.049	0.110	0.239
Cd3	0.070	0.148	0.291
Cd4	0.047	0.104	0.215
Cd5	0.062	0.137	0.300
Cd6	0.065	0.142	0.288
Cd7	0.045	0.097	0.241
Cd8	0.040	0.073	0.190

Nota: (Autores, 2025).

A continuación, se calculan, en base de comparación, los vectores de ponderación del nivel de valor de la jerarquía, considerando el grado de posibilidad de que  $Cd_2 \geq Cd_1$  que se define como:

$$Cd(Cd_2 \geq Cd_1) = \sup_{y \geq x} [\min(\mu_{Cd_1}(x), \mu_{Cd_2}(y))]$$

Donde esto es un par  $(x, y)$ , de modo que  $y \geq x$  y  $\mu_{Cd_1}(x) = \mu_{Cd_2}(y)$  y  $Cd(Cd_2 \geq Cd_1) = 1$ . Mientras  $Cd_1 = (l_1, m_1, u_1)$  y  $Cd_2 = (l_2, m_2, u_2)$  números difusos convexos, entonces:

$$Cd(Cd_2 \geq Cd_1) = hgt(Cd1 \cap Cd2) = \mu_{Cd_2}(d) = f(x)$$

$$= \begin{cases} 1, & \text{Sí } m_2 \geq m_1 \\ 0, & \text{Sí } l_1 \geq u_2 \\ \frac{l_1 - u_2}{(m_2 - u_2) - (m_1 - l_1)}, & \text{otro} \end{cases}$$

Se tiene:

$$Cd(Cd1 > Cd2) \ 1.000 \quad Cd(Cd2 > Cd1) \ 0.653 \quad Cd(Cd3 > Cd1) \ 0.831$$

Cd(Cd1>Cd3) 1.000	Cd(Cd2>Cd3) 0.817	Cd(Cd3>Cd2) 1.000
Cd(Cd1>Cd4) 1.000	Cd(Cd2>Cd4) 1.000	Cd(Cd3>Cd4) 1.000
Cd(Cd1>Cd5) 1.000	Cd(Cd2>Cd5) 0.868	Cd(Cd3>Cd5) 1.000
Cd(Cd1>Cd6) 1.000	Cd(Cd2>Cd6) 0.844	Cd(Cd3>Cd6) 1.000
Cd(Cd1>Cd7) 1.000	Cd(Cd2>Cd7) 1.000	Cd(Cd3>Cd7) 1.000
Cd(Cd1>Cd8) 1.000	Cd(Cd2>Cd8) 1.000	Cd(Cd3>Cd8) 1.000
Cd(Cd4>Cd1) 0.594	Cd(Cd5>Cd1) 0.801	Cd(Cd6>Cd1) 0.808
Cd(Cd4>Cd2) 0.964	Cd(Cd5>Cd2) 1.000	Cd(Cd6>Cd2) 1.000
Cd(Cd4>Cd3) 0.767	Cd(Cd5>Cd3) 0.954	Cd(Cd6>Cd3) 0.973
Cd(Cd4>Cd5) 0.822	Cd(Cd5>Cd4) 1.000	Cd(Cd6>Cd4) 1.000
Cd(Cd4>Cd6) 0.797	Cd(Cd5>Cd6) 0.979	Cd(Cd6>Cd5) 1.000
Cd(Cd4>Cd7) 1.000	Cd(Cd5>Cd7) 1.000	Cd(Cd6>Cd7) 1.000
Cd(Cd4>Cd8) 1.000	Cd(Cd5>Cd8) 1.000	Cd(Cd6>Cd8) 1.000
Cd(Cd7>Cd1) 0.622	Cd(Cd8>Cd1) 0.461	
Cd(Cd7>Cd2) 0.938	Cd(Cd8>Cd2) 0.791	
Cd(Cd7>Cd3) 0.772	Cd(Cd8>Cd3) 0.616	
Cd(Cd7>Cd4) 0.967	Cd(Cd8>Cd4) 0.822	
Cd(Cd7>Cd5) 0.819	Cd(Cd8>Cd5) 0.667	
Cd(Cd7>Cd6) 0.797	Cd(Cd8>Cd6) 0.643	
Cd(Cd7>Cd8) 1.000	Cd(Cd8>Cd7) 0.856	

El grado de posibilidad de que un número difuso convexo sea mayor que  $k$  números convexos se define como:  $Cd(Cd \geq Cd_1, Cd_2, \dots, k) = Cd [(Cd \geq Cd_1) \text{ y } (Cd \geq Cd_2) \text{ y } \dots \text{ y } (Cd \geq Cd_k)] = \min Cd(Cd \geq Cd_i) = 1, 2, 3, \dots, k$

Entonces, suponiendo que:

$$d'(A_i) = \min Cd(S_i \geq S_k)$$

Para  $k = 1, 2, 3, \dots, n; k \neq i$ .

El peso del vector es:

$$W' = (d'(A_1), d'(A_2), \dots, d'(A_n))^T$$

$$d(Cd_1) = \min\{1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000\} = 1.000$$

$$d(Cd_2) = \min\{0.653, 0.817, 1.000, 0.868, 0.844, 1.000, 1.000\} = 0.653$$

$$d(Cd_3) = \min\{0.831, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000\} = 0.831$$

$$d(Cd_4) = \min\{0.594, 0.964, 0.767, 0.822, 0.797, 1.000, 1.000\} = 0.594$$

$$d(Cd_5) = \min\{0.801, 1.000, 0.954, 1.000, 0.979, 1.000, 1.000\} = 0.801$$

$$d(Cd_6) = \min\{0.808, 1.000, 0.973, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000\} = 0.808$$

$$d(Cd_7) = \min\{0.622, 0.938, 0.772, 0.967, 0.819, 0.797, 1.000\} = 0.622$$

$$d(Cd_8) = \min\{0.461, 0.791, 0.616, 0.822, 0.667, 0.643, 0.856\} = 0.461$$

Donde:

$$W' = (d(Cd_1), d(Cd_2), d(Cd_3), d(Cd_4), d(Cd_5), d(Cd_6), d(Cd_7), d(Cd_8))^T$$

$$W' = (1.000, 0.653, 0.831, 0.594, 0.801, 0.808, 0.622, 0.461)$$

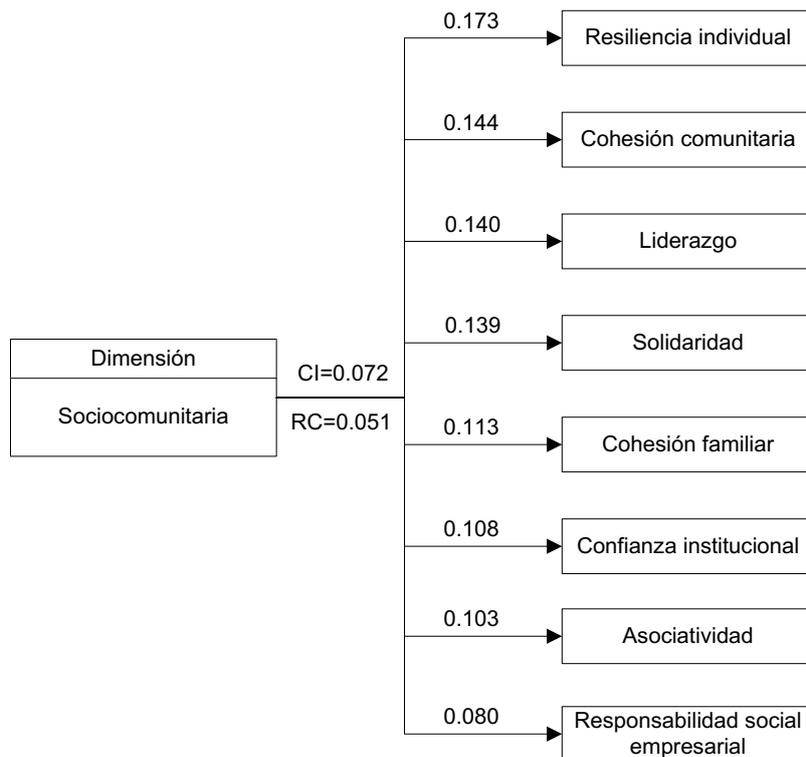
Normalizando, el vector de pesos queda:

$$G(W_{Cd1}, W_{Cd2}, W_{Cd3}, W_{Cd4}, W_{Cd5}, W_{Cd6}, W_{Cd7}, W_{Cd8})$$

$$= (0.173, 0.113, 0.144, 0.103, 0.139, 0.140, 0.108, 0.080)$$

Es decir, la jerarquización ponderada de los juicios para evaluar los criterios relacionados con la resiliencia es la siguiente:

**Figura 9**  
*Estructura ponderada de la dimensión sociocomunitaria*



Nota: (Autores, 2025).

Dimensión institucional:

El análisis jerárquico multicriterio difuso para la dimensión institucional considera cinco criterios y cuatro expertos. Sus respuestas son tratadas a través de matrices difusas y su robustez es verificada a través de la razón de consistencia. En resumen, se obtienen los siguientes resultados:

**Tabla 34**  
*Resumen de consistencia de matrices de expertos en la dimensión institucional*

Ord.	Nombre del experto	Criterios de evaluación	CI	RI	Observación
1	Experto I	5	0.068	0.060	Matriz consistente
2	Experto II	5	0.065	0.058	Matriz consistente
3	Experto III	5	0.074	0.066	Matriz consistente
4	Experto IV	5	0.052	0.046	Matriz consistente

Nota: (Autores, 2025).

Haciendo uso de la media geométrica, los datos de las matrices son tratados, obteniéndose una matriz síntesis con la cual se desarrolla el proceso de ponderación y jerarquización.

**Tabla 35**

*Datos obtenidos de expertos en análisis de la dimensión institucional (media geométrica)*

	Preve n	Mitigació n de riesgos	Planes de emergenci a institucio nal	Conocimi ento de planes de emergenci a empresas)	Coordina ción institucio nal
Preve n	0.500	0.639	0.349	0.357	0.500
Mitigació n de riesgos	1.000	0.904	0.423	0.439	0.667
Planes de emergenci a institucio nal	1.500	1.414	0.537	0.571	1.000
Conocimi ento de planes de emergenci a empresas)	0.707	0.500	0.378	0.365	0.447
Coordina ción institucio nal	1.107	1.000	0.471	0.447	0.577
	1.565	1.500	0.632	0.577	0.816
	1.861	1.581	0.500	0.365	1.225
	2.364	2.121	1.000	0.365	1.732
	2.866	2.646	1.500	0.577	2.236
	1.750	1.732	1.732	0.500	1.456
	2.280	2.236	2.739	1.000	1.968
	2.798	2.739	2.739	1.500	2.475
	1.000	1.225	0.447	0.404	0.500
	1.500	1.732	0.577	0.508	1.000
	2.000	2.236	0.816	0.687	1.500

Nota: (Autores, 2025).

La matriz normalizada, considerando  $Ce_{CRIPS} = \frac{4m+l+u}{6}$  de los valores correspondientes a las medias geométricas de los expertos es la siguiente:

**Tabla 36**

*Datos normalizados de expertos en análisis de la dimensión institucional*

	Preve n	Mitigació n de riesgos	Planes de emergenci a institucio nal	Conocimien to de planes de emergencia empresas)	Coordina ción institucio nal	Suma	Vecto r Prior.
Preve n	1.000	1.116	2.364	2.278	1.500	8.258	0.274
Mitigació n de riesgos	0.945	1.000	2.119	2.236	1.732	8.031	0.266
Planes de emergencia institucio nal	0.430	0.483	1.000	2.571	0.596	5.079	0.168
Conocimien to de planes de emergencia empresas)	0.447	0.455	0.401	1.000	0.521	2.824	0.094

Coordinación institucional	0.694	0.596	1.732	1.967	1.000	5.989	0.198
	3.516	3.650	7.615	10.051	5.348	30.180	

Nota: (Autores, 2025).

$$\text{Donde } \lambda_{max} = 5.216 \quad CI = 0.0541 \quad RC = \frac{CI}{RI} = 0.048$$

Como  $0.048 \leq 0.1$  la matriz es consistente

El método de análisis extendido de Saaty y los principios de comparación de los números difusos se emplean para obtener estimaciones de los vectores de peso para los niveles individuales de una jerarquía (Chang D.-Y, 1996). Sobre la base de los valores difusos, aplicando el método de extensión se obtiene valores sintéticos difusos, así:

$$\sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 Ce_{gi}^j = (0.500, 1.000, 1.500) + (0.707, 1.107, 1.565) + \dots + (0.500 + 1.000 + 1.500)$$

$$\sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 Ce_{gi}^j = (21.021, 30.157, 39.428)$$

$$\left[ \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 Ce_{gi}^j \right]^{-1} = (0.025, 0.033, 0.048)$$

$$\sum_{j=1}^5 Ce_{gi}^j = (0.50, 1.00, 1.50) + (0.707, 1.107, 1.565) + \dots + (1.000, 1.500, 2.000)$$

$$\sum_{j=1}^5 Ce_{gi}^j = (5.818, 8.251, 10.729)$$

$$Ce_1 = \sum_{j=1}^5 Ce_{gi}^j * \left[ \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 Ce_{gi}^j \right]^{-1} = (0.148, 0.274, 0.510)$$

Similar procedimiento con los demás criterios, obteniéndose los siguientes valores:

**Tabla 37**

*Vectores difusos sintéticos de expertos en la dimensión institución*

<b>Criterios</b>	<b>l</b>	<b>m</b>	<b>u</b>
Ce1	0.148	0.274	0.510
Ce2	0.144	0.265	0.501
Ce3	0.086	0.173	0.296
Ce4	0.051	0.091	0.186
Ce5	0.105	0.197	0.382

Nota: (Autores, 2025).

A continuación, se calculan, en base de comparación, los vectores de ponderación del nivel de valor de la jerarquía, considerando el grado de posibilidad de que  $Ce_2 \geq Ce_1$  que se define como:

$$Cb(Ce_2 \geq Ce_1) = \sup_{y \geq x} [\min(\mu_{Ce_1}(x), \mu_{Ce_2}(y))]$$

Donde esto es un par  $(x, y)$  de modo que  $y \geq x$  y  $\mu_{Ce_1}(x) = \mu_{Ce_2}(y)$  y  $Ce(Ce_2 \geq Ce_1) = 1$ . Mientras  $Ce_1 = (l_1, m_1, u_1)$  y  $Ce_2 = (l_2, m_2, u_2)$  números difusos convexos, entonces:

$$Ce(Ce_2 \geq Ce_1) = hgt(Ce_1 \cap Ce_2) = \mu_{Ce_2}(d) = f(x) = \begin{cases} 1, & \text{Sí } m_2 \geq m_1 \\ 0, & \text{Sí } l_1 \geq u_2 \\ \frac{l_1 - u_2}{(m_2 - u_2) - (m_1 - l_1)}, & \text{otro} \end{cases}$$

Se tiene:

Ce(Ce1>Ce2) 1.000	Ce(Ce2>Ce1) 0.976	Ce(Ce3>Ce1) 0.596
Ce(Ce1>Ce3) 1.000	Ce(Ce2>Ce3) 1.000	Ce(Ce3>Ce2) 0.622
Ce(Ce1>Ce4) 1.000	Ce(Ce2>Ce4) 1.000	Ce(Ce3>Ce4) 1.000
Ce(Ce1>Ce5) 1.000	Ce(Ce2>Ce5) 1.000	Ce(Ce3>Ce5) 1.000
Ce(Ce4>Ce1) 0.175	Ce(Ce5>Ce1) 0.754	
Ce(Ce4>Ce2) 0.195	Ce(Ce5>Ce2) 0.778	
Ce(Ce4>Ce3) 0.551	Ce(Ce5>Ce3) 1.000	
Ce(Ce4>Ce5) 0.435	Ce(Ce5>Ce4) 1.000	

El grado de posibilidad de que un número difuso convexo sea mayor que  $k$  números convexos se define como:  $Ce(Ce \geq Ce_1, Ce_2, \dots, k) = Ce [(Ce \geq Ce_1) y (Ce \geq Ce_2) y \dots y (Ce \geq Ce_k)] = \min Ce(Ce \geq Ce_i) = 1, 2, 3, \dots, k$

Entonces, suponiendo que:

$$d'(A_i) = \min Ce(S_i \geq S_k)$$

Para  $k = 1, 2, 3, \dots, n; k \neq i$ .

El peso del vector es:

$$W' = (d'(A_1), d'(A_2), \dots, d'(A_n))^T$$

$$d(Ce_1) = \min\{1.000, 1.000, 1.000, 1.000\} = 1.000$$

$$d(Ce_2) = \min\{0.976, 1.000, 1.000, 1.000\} = 0.976$$

$$d(Ce_3) = \min\{0.596, 0.175, 1.000, 1.000\} = 0.596$$

$$d(Ce_4) = \min\{0.175, 0.195, 0.551, 0.435\} = 0.175$$

$$d(Ce_5) = \min\{0.754, 0.778, 1.000, 1.000\} = 0.754$$

Donde:

$$W' = (d(Ce_1), d(Ce_2), d(Ce_3), d(Ce_4), d(Ce_5))^T$$

$$W' = (1.000, 0.976, 0.596, 0.175, 0.754)$$

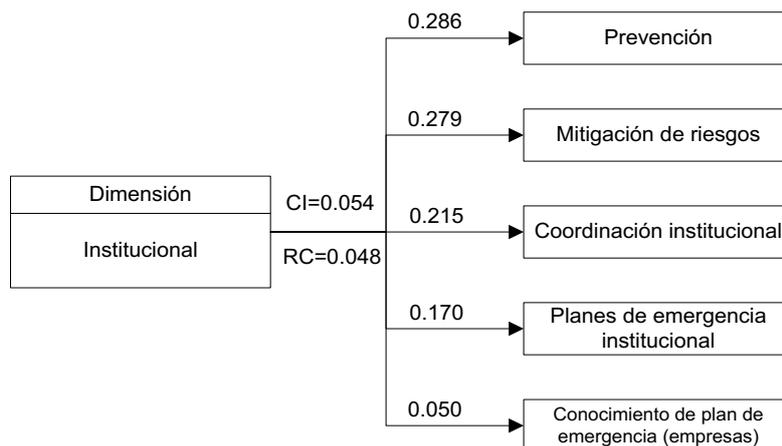
Normalizando, el vector de pesos queda:

$$G(W_{Ce1}, W_{Ce2}, W_{Ce3}, W_{Ce4}, W_{Ce5})$$

$$= (0.286, 0.279, 0.170, 0.050, 0.215)$$

Es decir, la jerarquización ponderada de los juicios para evaluar los criterios relacionados con la resiliencia es la siguiente:

**Figura 10**  
*Estructura ponderada de la dimensión institucional*



Nota: (Autores, 2025).

Dimensión infraestructura:

El análisis jerárquico multicriterio difuso para la dimensión infraestructura considera seis criterios y tres expertos. Sus respuestas son tratadas a través de matrices difusas y su robustez es verificada a través de la razón de consistencia. En resumen, se obtienen los siguientes resultados:

**Tabla 38**  
*Resumen de consistencia de matrices de expertos en la dimensión infraestructura*

Ord.	Nombre del experto	Criterios de evaluación	CI	RI	Observación
1	Experto I	6	0.102	0.082	Matriz consistente
2	Experto II	6	0.049	0.039	Matriz consistente
3	Experto III	6	0.050	0.040	Matriz consistente

Nota: (Autores, 2025).

Haciendo uso de la media geométrica, los datos de las matrices son tratados, obteniéndose una matriz síntesis con la cual se desarrolla el proceso de ponderación y jerarquización.

**Tabla 39**  
*Datos obtenidos de expertos en análisis de la dimensión experiencial (media geométrica)*

	Expectativas económicas	Identificación con el sistema de riesgos	Percepción de experiencia en desastres.	Seguridad frente a desastres	Percepción del riesgo.	Percepción sobre capacitación en desastres.
	0.737	0.562	0.965	0.474	0.693	0.500
	1.040	0.794	1.260	0.630	1.000	1.000
	1.387	1.387	1.609	0.961	1.587	1.500
	0.500	0.763	0.550	0.400	0.500	0.630
	0.667	1.145	0.763	0.500	1.000	1.000
	1.000	2.000	1.260	0.667	1.500	1.442
	0.874	1.260	1.817	0.500	1.500	1.040
	1.260	1.778	2.321	1.000	2.000	1.587
	2.154	2.289	2.823	1.500	2.500	2.109
	0.354	0.667	0.500	0.354	0.794	0.621
	0.431	1.000	1.000	0.431	1.310	0.794
	0.550	2.000	1.500	0.550	1.817	1.036
	0.400	0.500	0.500	0.437	0.500	0.721
	0.500	1.000	1.000	0.562	0.874	1.260
	0.667	1.500	1.500	0.794	1.310	1.778
	0.500	1.500	1.817	0.464	1.000	0.721
	1.000	2.000	2.321	0.794	1.500	0.961
	1.500	2.500	2.823	1.145	2.000	1.357
	0.500	1.817	2.109	1.000	1.651	1.145
	1.000	2.321	2.621	1.500	2.154	1.710
	1.500	2.823	3.129	2.000	2.657	2.241

Afectación a la salud	0.446	0.585	0.874	0.376	0.464	0.606	0.500	0.667	1.000	0.320	0.382	0.474	0.354	0.431	0.550	0.667	1.000	2.000	0.500	1.000	1.500
-----------------------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Nota: (Autores, 2025).

La matriz normalizada, considerando  $Cn_{CRIPS} = \frac{4m+l+u}{6}$  de los valores correspondientes a las medias geométricas de los expertos es la siguiente:

**Tabla 40**

*Datos normalizados de expertos en análisis de la dimensión experiencial*

	Percepción sobre capacitación en desastres.	Percepción del riesgo.	Seguridad frente a desastres	Percepción de experiencia en desastres.	Identificación con el sistema de gestión de riesgos	Expectativas económicas	Afectación a la salud	Suma	Vector Prior.
Percepción sobre capacitación en desastres.	1.000	1.047	0.659	1.269	0.854	1.047	1.704	8.349	0.149
Percepción del riesgo.	1.012	1.000	0.511	0.810	1.224	0.694	2.154	9.894	0.176
Seguridad frente a desastres	1.583	2.000	1.000	2.321	1.777	1.345	1.500	5.486	0.098
Percepción de experiencia en desastres.	0.805	1.309	0.438	1.000	1.111	0.438	2.620	11.341	0.202
Identificación con el sistema de gestión de riesgos	1.257	0.884	0.580	1.000	1.000	0.511	2.321	10.287	0.183
Expectativas económicas	0.987	1.500	0.797	2.321	2.000	1.000	1.500	6.035	0.108
Afectación a la salud	1.704	2.154	1.500	2.620	2.321	1.000	1.000	0.108	
Suma	8.349	9.894	5.486	11.341	10.287	6.035	6.035		
Vector Prior.	0.149	0.176	0.098	0.202	0.183	0.108	0.108		

Afectación a la salud	0.610	0.473	0.694	0.387	0.438	1.111	1.000	4.713	0.084
	6.486	5.725	10.720	5.488	5.670	9.716	12.299	56.104	

Nota: (Autores, 2025).

Donde  $\lambda_{max} = 7.250$   $CI = 0.0417$   $RC = \frac{CI}{RI} = 0.032$  Como  $0.051 \leq$

0.1 la matriz es consistente

El método de análisis extendido de Saaty y los principios de comparación de los números difusos se emplean para obtener estimaciones de los vectores de peso para los niveles individuales de una jerarquía (Chang D.-Y. , 1996). Sobre la base de los valores difusos, aplicando el método de extensión, se obtienen valores sintéticos difusos, así:

$$\sum_{i=1}^7 \sum_{j=1}^7 Cn_{gi}^j = (0.500, 1.000, 1.500) + (0.630, 1.000, 1.442) + \dots + (0.500 + 1.000 + 1.500)$$

$$\sum_{i=1}^7 \sum_{j=1}^7 Cn_{gi}^j = (38.001, 55.316, 77.357)$$

$$\left[ \sum_{i=1}^7 \sum_{j=1}^7 Cn_{gi}^j \right]^{-1} = (0.013, 0.018, 0.026)$$

$$\sum_{j=1}^7 Cn_{gi}^j = (0.500, 1.000, 1.500) + (0.630, 1.000, 1.442) + \dots + (1.145, 1.710, 2.241)$$

$$\sum_{j=1}^7 Cn_{gi}^j = (5.378, 8.312, 11.463)$$

$$Cn1 = \sum_{j=1}^7 Cn_{gi}^j * \left[ \sum_{i=1}^7 \sum_{j=1}^7 Cn_{gi}^j \right]^{-1} = (0.070, 0.150, 0.302)$$

Similar procedimiento con los demás criterios, obteniéndose los siguientes valores:

**Tabla 41**  
*Vectores difusos sintéticos de expertos en la dimensión experiencial*

<b>Criterios</b>	<b>l</b>	<b>m</b>	<b>u</b>
Cn1	0.070	0.150	0.302
Cn2	0.086	0.178	0.352
Cn3	0.047	0.098	0.200
Cn4	0.107	0.204	0.385
Cn5	0.091	0.181	0.382
Cn6	0.050	0.107	0.230
Cn7	0.041	0.082	0.184

Nota: (Autores, 2025).

A continuación, se calculan, en base de comparación, los vectores de ponderación del nivel de valor de la jerarquía, considerando el grado de posibilidad de que  $Cn_2 \geq Cn_1$  que se define como:

$$Cn(Cn_2 \geq Cn_1) = \sup_{y \geq x} [\min(\mu_{Cn_1}(x), \mu_{Cn_2}(y))]$$

Donde esto es un par  $(x, y)$  de modo que  $y \geq x$  y  $\mu_{Cn_1}(x) = \mu_{Cn_2}(y)$  y  $Cn(Cn_2 \geq Cn_1) = 1$ . Mientras  $Cn_1 = (l_1, m_1, u_1)$  y  $Cn_2 = (l_2, m_2, u_2)$  números difusos convexos, entonces:

$$Cn(Cn_2 \geq Cn_1) = hgt(Cn_1 \cap Cn_2) = \mu_{Cn_2}(d) = f(x) = \begin{cases} 1, & \text{Sí } m_2 \geq m_1 \\ 0, & \text{Sí } l_1 \geq u_2 \\ \frac{l_1 - u_2}{(m_2 - u_2) - (m_1 - l_1)}, & \text{otro} \end{cases}$$

Se tiene:

Cn(Cn1>Cn2) 0.887	Cn(Cn2>Cn1) 1.000	Cn(Cn3>Cn1) 0.714
Cn(Cn1>Cn3) 1.000	Cn(Cn2>Cn3) 1.000	Cn(Cn3>Cn2) 0.589
Cn(Cn1>Cn4) 0.784	Cn(Cn2>Cn4) 0.904	Cn(Cn3>Cn4) 0.469
Cn(Cn1>Cn5) 0.871	Cn(Cn2>Cn5) 0.986	Cn(Cn3>Cn5) 0.566
Cn(Cn1>Cn6) 1.000	Cn(Cn2>Cn6) 1.000	Cn(Cn3>Cn6) 0.945
Cn(Cn1>Cn7) 1.000	Cn(Cn2>Cn7) 1.000	Cn(Cn3>Cn7) 1.000

$C_n(C_{n4} > C_{n1})$ 1.000	$C_n(C_{n5} > C_{n1})$ 1.000	$C_n(C_{n6} > C_{n1})$ 0.787
$C_n(C_{n4} > C_{n2})$ 1.000	$C_n(C_{n5} > C_{n2})$ 1.000	$C_n(C_{n6} > C_{n2})$ 0.670
$C_n(C_{n4} > C_{n3})$ 1.000	$C_n(C_{n5} > C_{n3})$ 1.000	$C_n(C_{n6} > C_{n3})$ 1.000
$C_n(C_{n4} > C_{n5})$ 1.000	$C_n(C_{n5} > C_{n4})$ 0.924	$C_n(C_{n6} > C_{n4})$ 0.559
$C_n(C_{n4} > C_{n6})$ 1.000	$C_n(C_{n5} > C_{n6})$ 1.000	$C_n(C_{n6} > C_{n5})$ 0.650
$C_n(C_{n4} > C_{n7})$ 1.000	$C_n(C_{n5} > C_{n7})$ 1.000	$C_n(C_{n6} > C_{n7})$ 1.000
$C_n(C_{n7} > C_{n1})$ 0.627		
$C_n(C_{n7} > C_{n2})$ 0.506		
$C_n(C_{n7} > C_{n3})$ 0.895		
$C_n(C_{n7} > C_{n4})$ 0.388		
$C_n(C_{n7} > C_{n5})$ 0.483		
$C_n(C_{n7} > C_{n6})$ 0.844		

El grado de posibilidad de que un número difuso convexo sea mayor que  $k$  números convexos se define como:  $C_n(C_n \geq C_{n_1}, C_{n_2}, \dots, k) = C_n [(C_n \geq C_{n_1}) \text{ y } (C_n \geq C_{n_2}) \text{ y } \dots \text{ y } (C_n \geq C_{n_k})] = \min C_n(C_n \geq C_{n_i}) = 1, 2, 3, \dots, k$

Entonces, suponiendo que:

$$d'(A_i) = \min C_n(S_i \geq S_k)$$

Para  $k = 1, 2, 3, \dots, n; k \neq i$ .

El peso del vector es:

$$W' = (d'(A_1), d'(A_2), \dots, d'(A_n))^T$$

$$d(C_{n_1}) = \min\{0.887, 1.000, 0.784, 0.871, 1.000, 1.000\} = 0.784$$

$$d(C_{n_2}) = \min\{1.000, 1.000, 0.904, 0.986, 1.000, 1.000\} = 0.904$$

$$d(C_{n_3}) = \min\{0.714, 0.589, 0.469, 0.566, 0.945, 1.000\} = 0.469$$

$$d(C_{n_4}) = \min\{1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 1.000\} = 1.000$$

$$d(Cn_5) = \min\{1.000,1.000,1.000,0.924,1.000,1.000\} = 0.924$$

$$d(Cn_6) = \min\{0.787,0.670,1.000,0.559,0.650,1.000\} = 0.559$$

$$d(Cn_7) = \min\{0.627,0.506,0.895,0.388,0.483,0.844\} = 0.388$$

Donde:

$$W' = (d(Cn_1), d(Cn_2), d(Cn_3), d(Cn_4), d(Cn_5), d(Cn_6), d(Cn_7))^T$$

$$W' = (0.784,0.904,0.469,1.000,0.924,0.559,0.388)$$

Normalizando, el vector de pesos queda:

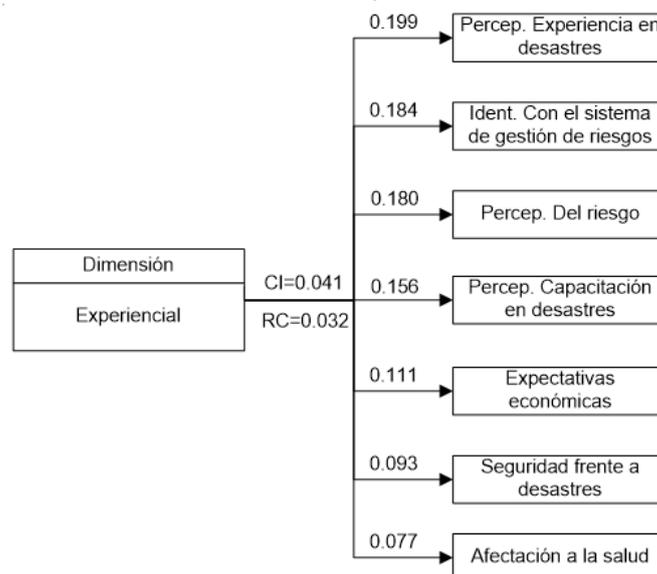
$$G(W_{Cn1}, W_{Cn2}, W_{Cn3}, W_{Cn4}, W_{Cn5}, W_{Cn6}, W_{Cn7})$$

$$= (0.156,0.180,0.093,0.199,0.184,0.111,0.077)$$

Es decir, la jerarquización ponderada de los juicios para evaluar los criterios relacionados con la resiliencia es la siguiente:

**Figura 11**

*Estructura ponderada de la dimensión experiencial*



Nota: (Autores, 2025).

Ajuste estructural del modelo:

Debido a que la estructura del modelo presenta, en cada una de las dimensiones, un número diferente de criterios, es necesario realizar un ajuste estructural (Moreno, 2002), el cual determinará las ponderaciones normalizadas que afectarán a las ponderaciones de los criterios determinados en cada una de las ocho dimensiones.

Siendo:

$m = \text{número de dimensiones}$

$n = \text{número de criterios por dimensión}$

$N = \text{número total de criterios}$

$Wd = \text{Ponderación de la dimensión por Fuzzy AHP}$

$Wk = \text{Ponderación por número de criterios en cada dimensión}$

$W^* = \text{Ponderación dimensional normalizada}$

$$Wk = \frac{n * Wd}{N}$$

$$W^* = \frac{Wk}{\sum_{i=1}^m Wk}$$

Siguiendo las fórmulas para  $Wk$  y  $W^*$ , se tiene el ajuste estructural que consta en la Tabla 45:

**Tabla 42**  
*Ajuste estructural del modelo de decisión multicriterio*

Dimensión k	n	Wd	Ajuste estructural de prioridades	
			Wk	W*
Económico-regional	11	0.1030	0.0202	0.1601
Económico-empresarial	5	0.1110	0.0099	0.0784
Sociorregional	12	0.1320	0.0283	0.2238
Sociocomunitaria	8	0.1330	0.0190	0.1503
Experiencial	7	0.1430	0.0179	0.1414
Ecológica	2	0.1000	0.0036	0.0283
Institucional	5	0.1280	0.0114	0.0904
Infraestructura	6	0.1500	0.0161	0.1272
<b>Total suma:</b>	<b>N=56</b>	<b>1.0000</b>	<b>0.1264</b>	<b>1.0000</b>

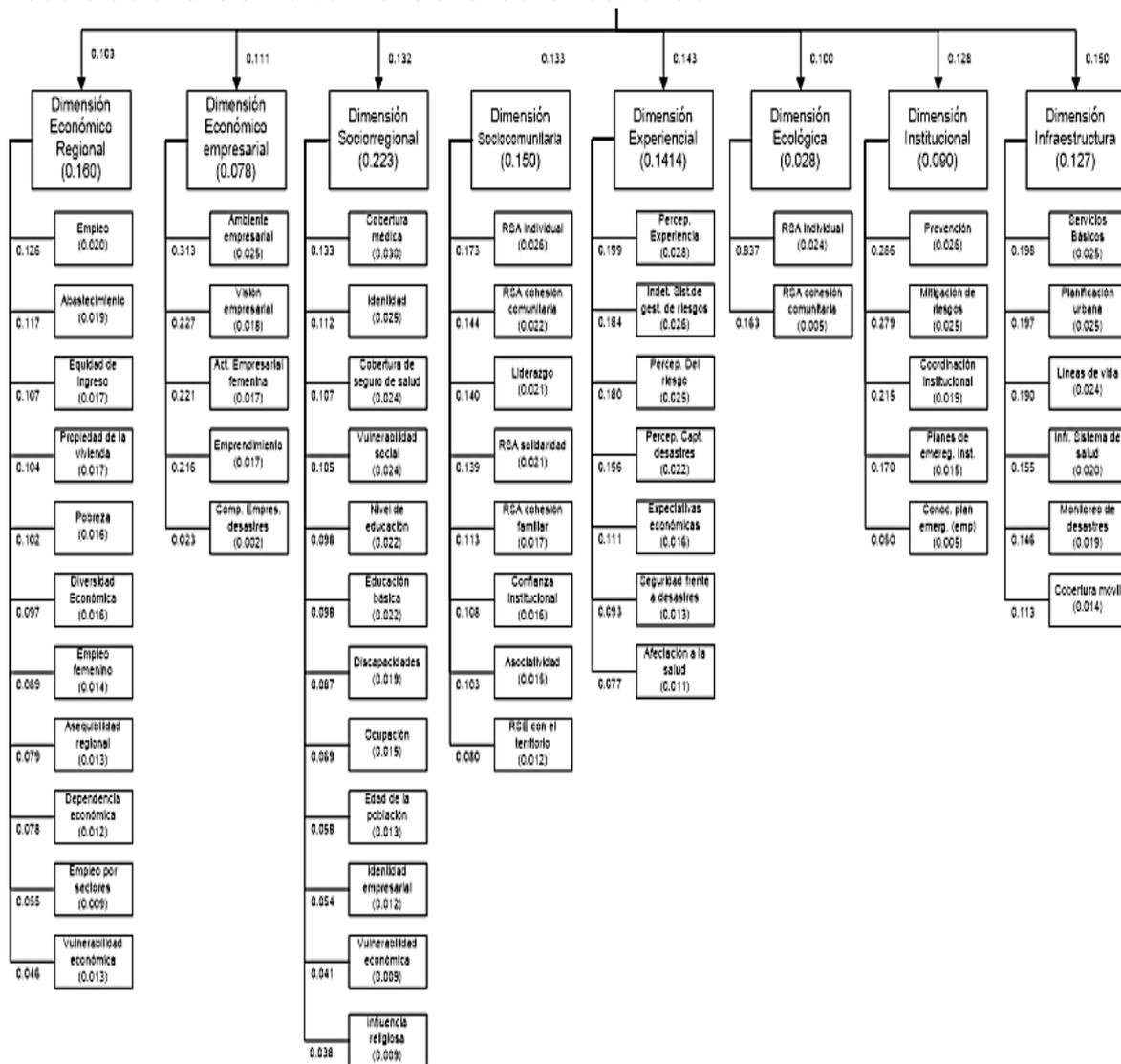
Nota: (Autores, 2025).

Donde el vector  $W^*$  es el vector de ponderación para los criterios de cada dimensión, así:

$$W_k^* = (W_1^*, W_2^*, W_3^*, W_4^*, W_5^*, W_6^*, W_7^*, W_8^*)$$

El modelo tendrá la siguiente estructura:

**Figura 12**  
*Modelo de análisis multidimensional de la resiliencia*



Nota: (Autores, 2025).

**CAPITULO**

**04**

# **DESAFÍOS Y FUTURO DEL AHP**





## Desafíos y Futuro del AHP

### 4.1. Limitaciones y críticas al AHP

El Proceso de Análisis Jerárquico (AHP) se ha consolidado como una de las metodologías multicriterio más empleadas por su versatilidad, simplicidad conceptual y sólido fundamento matemático. No obstante, su aplicación práctica ha evidenciado limitaciones que, si no se consideran y gestionan adecuadamente, pueden afectar la validez y utilidad de los resultados. En esta sección se abordan dos críticas recurrentes: la consistencia en matrices de gran dimensión y los problemas asociados al cambio de alternativas en la jerarquía.

#### 4.1.1. Consistencia en matrices grandes

##### 4.1.1.1. Fundamentación y problemática

La verificación de la consistencia de los juicios es uno de los elementos más distintivos del AHP. Saaty (1990) estableció que la Razón de Consistencia (RC) debe ser inferior al 10 % ( $RC < 0,1$ ) para aceptar una matriz de comparaciones como válida. Sin embargo, cuando el número de elementos comparados aumenta más allá de 9, la probabilidad de mantener niveles aceptables de consistencia disminuye drásticamente. Esto se debe a dos factores principales:

1. Crecimiento combinatorio del número de comparaciones: para  $n$  elementos se requieren  $n(n-1)/2$  comparaciones independientes. Así, pasar de 9 a 15 criterios incrementa las comparaciones de 36 a 105, lo que aumenta la carga cognitiva y la probabilidad de juicios contradictorios.
2. Sensibilidad del autovalor máximo ( $\lambda_{max}$ ): en matrices grandes, pequeñas inconsistencias en juicios clave pueden inflar el  $\lambda_{max}$ , elevando el Índice de Consistencia (IC) y, por ende, la RC.

Ejemplo aplicado:

En la priorización de 14 criterios para un plan maestro de movilidad urbana, un equipo técnico obtuvo una  $RC = 0,156$ . Aunque se intentaron ajustes menores,

el número elevado de criterios y su heterogeneidad hicieron imposible alcanzar  $RC < 0,1$  sin sacrificar información relevante

#### **4.1.1.2. Fundamento matemático**

El índice de consistencia para una matriz  $A$  de orden  $n$  se calcula como:  $IC = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1}$

donde:

- $\lambda_{max}$ : autovalor máximo de la matriz.
- $n$ : número de elementos.

La RC se obtiene como:  $RC = \frac{CI}{RI_n}$

siendo  $RI_n$  el Índice de Consistencia Aleatorio para  $n$  elementos (Saaty, 2008).

#### **4.1.1.3. Implicaciones prácticas**

Una RC elevada compromete la fiabilidad de los pesos derivados. En decisiones estratégicas —por ejemplo, licitaciones de infraestructura— un error en ponderaciones de criterios puede alterar el orden final de las alternativas, generando consecuencias económicas y reputacionales.

#### **4.1.1.4. Estrategias de mitigación**

- Agrupación jerárquica de criterios: subdividir el conjunto grande en subgrupos homogéneos y establecer pesos relativos mediante criterios “puente” o pivotes (Mendoza et al., 2019).
- Uso de métodos aproximados: como la media geométrica por fila, que reduce la sensibilidad de  $\lambda_{max}$  a inconsistencias menores.
- Extensiones metodológicas: el Analytic Network Process (ANP) puede modelar dependencias entre criterios reduciendo la necesidad de comparar todos contra todos.
- Comparación con otros métodos: En TOPSIS o ELECTRE, el aumento de criterios no afecta la consistencia de forma directa, pero sí incrementa la complejidad de cálculo. El AHP, aunque más transparente, se ve más

penalizado en grandes dimensiones debido a su estructura de comparación pareada.

#### **4.1.1.5. Propuesta de investigación**

Se sugiere desarrollar algoritmos de ajuste automático de matrices grandes basados en optimización cuadrática con restricciones de reciprocidad, para reducir RC sin modificar sustancialmente los juicios originales.

#### **4.1.2. Problemas con el cambio de alternativas**

##### **4.1.2.1. Naturaleza del problema**

En su formulación clásica, el AHP presenta la llamada invarianza al cambio de alternativas como una limitación. Incorporar o eliminar una alternativa en un nodo de decisión obliga a rehacer las comparaciones pareadas para ese nodo, pudiendo modificar sustancialmente las prioridades globales, incluso si la nueva alternativa es irrelevante (“efecto de independencia no cumplida”).

Ejemplo ilustrativo:

En la selección de un proveedor de software, se evaluaban tres opciones (A, B, C). La entrada de una cuarta opción (D), claramente inferior en todos los criterios, provocó un cambio en las ponderaciones relativas entre A y B debido a la redistribución de pesos en el nivel correspondiente, alterando el ranking global.

##### **4.1.2.2. Fundamento matemático**

Dado que las prioridades locales se normalizan a 1 en cada nodo, la adición de una alternativa redistribuye los pesos

Si  $w = [w_1, w_2, w_3]$  es el vector original y se añade  $w_4$ , la normalización se aplica ahora sobre  $\sum_{i=1}^4 w_i$ , afectando proporcionalmente a los pesos originales.

##### **4.1.2.3. Implicaciones prácticas**

En entornos dinámicos, donde las alternativas cambian con frecuencia (licitaciones, mercados de inversión), esta característica del AHP puede generar inestabilidad en las decisiones, afectando la confianza del decisor.

#### **4.1.2.4. Estrategias de mitigación**

- Diseño anticipado del conjunto de alternativas: evitar modificaciones posteriores mediante un análisis preliminar exhaustivo.
- Uso de AHP incremental: recalcular solo las comparaciones que involucren la nueva alternativa, manteniendo las demás constantes.
- Adopción de métodos complementarios: ELECTRE y PROMETHEE son menos sensibles al cambio de alternativas, ya que trabajan con relaciones de sobreclasificación que no requieren normalización estricta.
- Comparación con otros métodos: Mientras que el AHP se ve afectado por el “efecto de entrada/salida” de alternativas, métodos como PROMETHEE mantienen las valoraciones relativas entre pares, evitando distorsiones globales. Sin embargo, el AHP ofrece una interpretación jerárquica más rica y la capacidad de detectar inconsistencias, ausentes en muchos métodos outranking.
- Propuesta de investigación: Investigar versiones híbridas AHP-PROMETHEE para entornos con alta volatilidad de alternativas, manteniendo la estructura jerárquica y la verificación de consistencia, pero mitigando la sensibilidad a cambios en el conjunto de opciones.

## **4.2. Nuevas tendencias en el AHP**

La evolución del Proceso de Análisis Jerárquico (AHP) ha estado marcada por la necesidad de adaptarse a contextos de decisión cada vez más complejos, caracterizados por grandes volúmenes de datos, entornos dinámicos y la integración de tecnologías de soporte a decisiones. En este capítulo se abordan dos tendencias emergentes que están transformando su aplicación: la integración del AHP en sistemas de apoyo a decisiones (DSS) y su utilización en entornos dinámicos y Big Data.

## 4.2.1. Integración con sistemas de apoyo a decisiones (DSS)

### 4.2.1.1. Fundamentación

Los sistemas de apoyo a decisiones (Decision Support Systems, DSS) constituyen plataformas interactivas que combinan datos, modelos analíticos y herramientas de visualización para asistir a los decisores en problemas estructurados y no estructurados (Power, 2002). El AHP, por su capacidad de estructurar problemas en jerarquías y cuantificar juicios subjetivos, se ha convertido en un método idóneo para integrarse dentro de estas plataformas.

La integración AHP–DSS persigue dos objetivos principales:

1. Automatizar la construcción y análisis de modelos jerárquicos para reducir tiempos y errores en el procesamiento.
2. Ampliar la trazabilidad y transparencia de los resultados, proporcionando al usuario información en tiempo real sobre consistencia, sensibilidad y escenarios alternativos.

### 4.2.1.2. Arquitectura típica de integración

Un DSS que incorpora AHP suele estar compuesto por los siguientes módulos:

**Tabla 46**  
*Módulos DDS*

Módulo	Función principal	Componentes típicos
Interfaz de usuario	Recogida de juicios y navegación	Formularios web, sliders, asistentes
Motor de cálculo AHP	Procesamiento de matrices, pesos y consistencia	Algoritmos de autovector, media geométrica
Base de datos	Almacenamiento de juicios, pesos y resultados	SQL/NoSQL, almacenamiento en la nube
Análisis de sensibilidad	Evaluación de robustez de resultados	Simulación Monte Carlo, análisis “what-if”
Visualización	Representación gráfica de resultados	Diagramas jerárquicos, heatmaps, gráficos radiales

*Nota:* (Autores, 2025).

Ejemplo aplicado:

En un DSS para selección de proveedores en la industria aeroespacial (Li et al., 2020), el módulo AHP automatizó la verificación de consistencia y permitió a los usuarios ajustar juicios en tiempo real. Esto redujo el ciclo de decisión de tres semanas a cinco días, manteniendo un  $RC < 0,08$ .

#### **4.2.1.3. Comparación con otros métodos multicriterio en DSS**

- TOPSIS: más rápido de implementar en DSS cuando los datos son puramente cuantitativos, pero carece del control de consistencia.
- ELECTRE: útil en DSS para selección por sobreclasificación, pero menos intuitivo para usuarios no expertos.
- AHP: destaca por la facilidad de interacción con usuarios que aportan juicios subjetivos y la transparencia en la ponderación.

#### **4.2.1.4. Recomendaciones de herramientas**

- Expert Choice® y Super Decisions®: especializados en AHP/ANP, con integración en entornos corporativos.
- Ahp-OS: plataforma open-source para proyectos colaborativos.
- Complementos DSS en Power BI y Tableau: permiten implementar AHP vía scripts en R o Python.

#### **4.2.1.5. Propuesta de investigación**

Explorar DSS híbridos que combinen AHP con aprendizaje automático para ajustar pesos dinámicamente en función de datos históricos, reduciendo la dependencia exclusiva de juicios humanos.

### **4.3. Aplicaciones en entornos dinámicos y Big Data**

#### **4.3.1. Desafíos y motivación**

La mayoría de aplicaciones clásicas del AHP asumen un contexto estático: criterios y alternativas definidos, juicios emitidos en un único momento y datos relativamente estables. Sin embargo, en sectores como logística global, mercados financieros o gestión de emergencias, los factores de decisión cambian constantemente y se generan grandes volúmenes de datos en tiempo real.

En entornos dinámicos, el AHP enfrenta dos retos clave:

1. Actualización continua de pesos y prioridades sin rehacer por completo el modelo.
2. Integración con fuentes de datos masivos para complementar juicios subjetivos con métricas objetivas.

#### **4.3.1.1. Estrategias de adaptación**

- AHP dinámico (DAHP): incorpora series temporales para recalcular pesos en intervalos definidos, utilizando funciones de decaimiento exponencial para ponderar más los datos recientes.
- Fuzzy AHP con actualización incremental: permite mantener comparaciones previas y solo recalcular nodos afectados por cambios significativos.
- Integración con Big Data Analytics: enlaza criterios con indicadores provenientes de bases de datos masivas (IoT, redes sociales, sensores industriales), reduciendo la carga de juicio humano.

Ejemplo aplicado:

En la gestión de cadenas de suministro durante la pandemia COVID-19, un modelo DAHP alimentado por datos en tiempo real de disponibilidad de transporte y costos de materias primas permitió reordenar proveedores semanalmente. La combinación de métricas de mercado y juicios expertos mantuvo la RC por debajo de 0,1 y mejoró en un 18 % el tiempo de respuesta ante disrupciones (Zhu et al., 2021).

#### **4.4. Comparación con otros métodos multicriterio en entornos dinámicos**

- PROMETHEE Dinámico: robusto ante cambios de alternativas, pero sin control explícito de consistencia.
- Métodos basados en entropía: adaptables a datos en flujo, pero sin la estructura jerárquica interpretativa del AHP.
- AHP: requiere más trabajo para actualizar matrices, pero ofrece mejor trazabilidad de la evolución de pesos y justificación de cambios.

#### **4.4.1. Herramientas y tecnologías recomendadas**

- Apache Kafka + Python AHP: para flujo de datos en tiempo real.
- Integración con Hadoop/Spark: análisis distribuido de criterios cuantitativos.
- Dashboards en Power BI/Looker: para visualización y seguimiento de prioridades dinámicas.

#### **4.4.2. Propuesta de investigación**

Desarrollar un AHP adaptativo basado en IA que:

1. Detecte variaciones significativas en indicadores asociados a criterios.
2. recomiende ajustes de juicios o pesos.
3. Mantenga la consistencia sin intervención manual completa.

### **4.5. Le futuro de la Toma de Decisiones Multicriterio**

La toma de decisiones multicriterio (MCDM, por sus siglas en inglés) se encuentra en un punto de inflexión histórico. Los últimos cincuenta años han visto una evolución constante en los modelos, desde las formulaciones fundacionales del Proceso de Análisis Jerárquico (AHP) de Thomas Saaty hasta las versiones difusas, jerarquías dinámicas y métodos híbridos con otras técnicas de optimización y simulación. Sin embargo, los retos que plantea el siglo XXI — caracterizado por la hiperconectividad, el big data, la inteligencia artificial (IA) ubicua y la aceleración de los cambios sociales, económicos y ambientales— exigen repensar y proyectar las metodologías multicriterio hacia nuevos horizontes.

En este contexto, el futuro de la MCDM no se limita a la mejora incremental de herramientas existentes; se orienta hacia una integración profunda entre modelos jerárquicos, algoritmos inteligentes y entornos colaborativos en tiempo real. El AHP y su extensión difusa (FAHP) se perfilan como piezas centrales de este ecosistema, capaces de estructurar problemas complejos y traducir las preferencias humanas en parámetros comprensibles para sistemas automatizados de apoyo a la decisión.

En las siguientes secciones se explorarán tres dimensiones clave de esta proyección futura: las predicciones basadas en jerarquías, el papel de la inteligencia artificial, y la evolución del AHP difuso en la era digital.

### **4.5.1. Predicciones basadas en jerarquías**

La construcción de jerarquías ha sido, desde sus orígenes, la esencia del AHP: descomponer un problema en niveles (objetivo, criterios, subcriterios, alternativas) y realizar comparaciones pareadas para establecer prioridades. Esta estructura ha demostrado ser robusta en entornos estables, pero la dinámica actual de los sistemas socioeconómicos y tecnológicos demanda una reinterpretación de este principio.

#### **4.5.1.1. Jerarquías dinámicas y contextos cambiantes.**

En escenarios de alta volatilidad, como la gestión de cadenas de suministro globales en contextos de disrupción logística (por ejemplo, la crisis de contenedores 2020–2022), la jerarquía definida al inicio de un proceso puede perder vigencia antes de concluir la decisión. El futuro de la MCDM apunta hacia jerarquías adaptativas, capaces de actualizar sus criterios y pesos en función de flujos de datos en tiempo real. Investigaciones recientes, como las de Dong et al. (2023), proponen modelos de Dynamic AHP que incorporan técnicas de streaming data analytics para recalibrar automáticamente los pesos de los criterios cuando cambian las condiciones externas.

#### **4.5.1.2. Integración con big data y análisis predictivo.**

Los avances en análisis predictivo permiten alimentar las jerarquías con proyecciones cuantitativas, en lugar de depender exclusivamente de juicios expertos en el momento de la evaluación. Por ejemplo, en planificación urbana, un AHP aplicado a la priorización de proyectos de transporte podría integrar predicciones de demanda de movilidad basadas en datos de telefonía móvil y sensores de tráfico. Este enfoque, explorado por Wang et al. (2022), mejora la relevancia y vigencia de la decisión, al tiempo que reduce la dependencia de información estática.

### 4.5.1.3. Escenarios multidimensionales y simulación prospectiva.

La capacidad de AHP para analizar múltiples criterios lo hace idóneo para trabajar con modelos de simulación prospectiva, como los usados en estudios de cambio climático. Por ejemplo, en la selección de políticas de mitigación de emisiones, se pueden construir jerarquías que integren criterios técnicos, económicos, sociales y ambientales, evaluados bajo distintos escenarios proyectados por modelos climáticos. El trabajo de Azadi et al. (2021) en planificación agrícola resiliente es un ejemplo de cómo la jerarquía AHP puede adaptarse a contextos con múltiples futuros plausibles.

En síntesis, las jerarquías del futuro no serán estructuras rígidas, sino arquitecturas vivas, alimentadas por datos masivos, actualizadas de forma dinámica y capaces de operar bajo incertidumbre profunda. Esto exigirá herramientas de modelado que combinen el rigor estructural del AHP con la flexibilidad de técnicas de análisis de escenarios y simulación.

### 4.5.2. Rol de la inteligencia artificial

La inteligencia artificial se perfila como el catalizador más importante para la transformación del AHP y la MCDM en general. El aprendizaje automático, el razonamiento basado en conocimiento y los modelos híbridos ofrecen oportunidades sin precedentes para mejorar la precisión, la eficiencia y la equidad de los procesos de decisión.

#### 4.5.2.1. Automatización de comparaciones pareadas

Uno de los cuellos de botella del AHP es la carga cognitiva que implica completar matrices de comparación, especialmente en problemas con más de 10 criterios o alternativas. La IA puede asistir en esta tarea mediante la generación automática de juicios iniciales basados en datos históricos, análisis de contenido o minería de opiniones en redes sociales. Estudios como el de Li et al. (2020) han demostrado que algoritmos de natural language processing (NLP) pueden inferir relaciones de preferencia a partir de grandes corpus de texto, reduciendo el número de comparaciones que el decisor debe realizar manualmente.

### **4.5.2.2. Reducción de sesgos humanos**

Los sesgos cognitivos, como el anclaje o la aversión a la pérdida, afectan la consistencia y objetividad de los juicios en AHP. Los modelos de machine learning pueden identificar patrones de sesgo en tiempo real y sugerir ajustes en las valoraciones. Por ejemplo, un sistema de apoyo a la decisión podría alertar al usuario cuando una comparación pareada viola sistemáticamente la transitividad esperada, ofreciendo alternativas de corrección basadas en comportamientos pasados.

### **4.5.2.3. Modelos híbridos y razonamiento explicable**

La combinación de AHP con modelos de IA no solo debe enfocarse en la precisión, sino también en la explicabilidad. El explainable AI (XAI) ofrece mecanismos para justificar cómo un algoritmo ha llegado a una recomendación, lo que es crucial en contextos donde la trazabilidad y la rendición de cuentas son esenciales, como en la política pública o la asignación de recursos en salud. Investigaciones recientes (Zhang & Saaty, 2024) proponen marcos híbridos en los que la IA genera pesos iniciales, pero la validación final se realiza a través de talleres deliberativos con expertos y partes interesadas.

### **4.5.2.4. Aplicaciones emergentes**

En ingeniería, ya existen prototipos de sistemas de AHP-as-a-Service basados en IA, capaces de integrarse con sistemas de gestión de proyectos para evaluar en tiempo real el impacto de cambios de diseño. En gestión empresarial, la IA puede analizar indicadores financieros y de mercado para ajustar automáticamente las ponderaciones de criterios en decisiones estratégicas de inversión. En política pública, se exploran modelos donde el AHP se alimenta de análisis de sentimiento social para priorizar políticas en respuesta a crisis sanitarias o climáticas.

En definitiva, la IA no sustituirá la esencia deliberativa del AHP, pero sí la complementará, aligerando la carga de trabajo, mejorando la coherencia y ampliando la capacidad del método para operar en entornos de información masiva y cambiante.

### **4.5.3.AHP difuso en la era digital**

El AHP difuso (FAHP) nació para responder a una limitación clara del AHP clásico: la dificultad de capturar la incertidumbre y la imprecisión inherentes a los juicios humanos. La introducción de números difusos triangulares o trapezoidales permitió representar rangos de preferencia en lugar de valores únicos, mejorando la fidelidad de los modelos a la realidad subjetiva de los decisores.

#### **4.5.3.1. Plataformas colaborativas y trabajo distribuido**

La era digital ha multiplicado las posibilidades de implementar FAHP en entornos colaborativos. Herramientas basadas en la nube permiten que expertos geográficamente dispersos realicen comparaciones pareadas de forma asincrónica, integrando automáticamente sus juicios en matrices difusas agregadas. Proyectos como el de Kim et al. (2021) en evaluación de políticas de energía renovable muestran que estas plataformas no solo agilizan el proceso, sino que también aumentan la diversidad de perspectivas incluidas.

#### **4.5.3.2. Integración con análisis en tiempo real**

En sectores como la gestión de infraestructuras críticas, la evaluación de alternativas puede requerir actualizaciones constantes ante cambios en condiciones operativas. Un FAHP conectado a sistemas de monitoreo (sensores IoT, redes SCADA) puede recalcular prioridades automáticamente cuando se detectan desviaciones significativas. Por ejemplo, en la gestión de presas hidroeléctricas, un cambio en las previsiones de caudal puede modificar los

Toma de decisiones en entornos inciertos o de alta volatilidad

La combinación de FAHP con técnicas de fuzzy dynamic systems abre nuevas posibilidades para manejar la incertidumbre profunda. Esto es particularmente relevante en contextos como la planificación de defensa nacional, donde las amenazas, capacidades y alianzas cambian de forma abrupta. Un ejemplo reciente es el uso de FAHP para priorizar capacidades de ciberdefensa en países de la OTAN, integrando inteligencia táctica y proyecciones de amenazas (Smith et al., 2023).

### **4.5.3.3. Oportunidades y desafíos**

La adopción masiva de FAHP digital enfrenta retos técnicos (interoperabilidad entre plataformas, escalabilidad en matrices muy grandes) y humanos (alfabetización digital, aceptación por parte de decisores no familiarizados con la lógica difusa). Sin embargo, la tendencia apunta a que su uso será cada vez más natural, especialmente en organizaciones que ya operan con datos inciertos y requieren consensos rápidos.

## **4.6. Reflexiones finales**

El futuro de la MCDM —y en particular del AHP y FAHP— estará marcado por tres vectores convergentes: la dinamización de las jerarquías, la integración profunda con IA y la consolidación del FAHP en plataformas digitales colaborativas. Para investigadores, esto implica la necesidad de desarrollar marcos metodológicos que combinen robustez matemática, adaptabilidad operativa y explicabilidad. Para profesionales, significa prepararse para trabajar con modelos híbridos, en los que la interacción humana y la inteligencia algorítmica coexistan en tiempo real.

La capacidad de traducir preferencias humanas a lenguajes comprensibles por máquinas, y viceversa, será la clave para mantener la relevancia de las metodologías multicriterio en un mundo donde la velocidad y la calidad de la decisión son más críticas que nunca.



# **Referencias Bibliográficas**





## Referencias Bibliográficas

- Adamopoulos, G., & Pappis, C. (1996). A fuzzy-linguistic approach to a multi-criteria sequencing problem. *European Journal of Operational Research*, 628-636.
- Aguiar, F. (2004). Teoría de la decisión e incertidumbre: modelos normativos y descriptivos. *EMPIRIA. Revista de Metodología de Ciencias Sociales*(8), 139-160.
- Bellman, R., & Zadeh, L. A. (1970). Decision Making in a Fuzzy Environment. *Management Science*, 141-164
- Buckley, J. (1985). Fuzzy hierarchical analysis. *Fuzzy Sets and Systems*, 233-247
- Chang, D.-Y. (1996). Applications of the extent analysis method on fuzzy AHP. *European Journal of Operational Research*, 649 - 655.
- Chang, K.-F., & Yang, H.-W. (2011). A study of cosmetic bundle by utilizing a fuzzy Analytic Hierarchy Process (AHP) to determine preference of product attributes toward customer value. *African Journal of Business Management* , 8728 – 8739
- Ekel, P., Martini, J., & Palhares, R. (2008). Multicriteria analysis in decision making under information uncertainty. *Applied Mathematics and Computation*, 501-516
- Huang, L.-C., & Wu, R. (2005). Applying fuzzy analytic hierarchy process in the managerial talent assessment model – an empirical study in Taiwan's semiconductor industry. *International Journal of Technology Management*, 105-130.
- Ishizaka, A. (2014). Comparison of Fuzzy logic, AHP, FAHP and Hybrid Fuzzy AHP for new supplier selection and its performance analysis. *International Journal of Integrated Supply Management*, 1-22.
- Kahraman, C. (2008). Multicriteria Decision Making Methods and Fuzzy Sets. En C. Kahraman, *Fuzzy multi-criteria Decision Making: Theory and Applications with recent developments* (págs. 1-18). Istanbul: Springer.
- Moreno, J. (1997). Priorización y toma de decisiones ambientales. *Actas del Primer encuentro Iberoamericano de Evaluación y Decisión Multicriterio*, (págs. 113-145). Santiago de Chile.
- Moreno, J. (2002). El Proceso Analítico Jerárquico (AHP). *Fundamentos, metodología y Aplicaciones* . RECT@, 21-53.
- Moreno, J., Aguarón, J., & Escobar, M. (1998). Validez, robustez y estabilidad en decisión multicriterio. *Análisis de sensibilidad en el proceso analítico jerárquico*. *Rev.R.Acad. Cien.Exact.Fis.Nat.* (Esp), 378-397.

## Referencias:

- Xu, Z. (2004). A method based on linguistic aggregation operators for group decision making with linguistic preference relations. *Information Sciences*, 19-30
- Zapata, J., Arango, M., & Adarme, W. (2012). Applying fuzzy extended analytical hierarchy (FEAHP) for selecting logistics software. *Ingeniería e Investigación*, <http://www.scielo.org.co/pdf/iei/v32n1/v32n1a17.pdf>.  
[http://www.bdigital.unal.edu.co/5514/19/91068411.2011.Anexo\\_3.pdf](http://www.bdigital.unal.edu.co/5514/19/91068411.2011.Anexo_3.pdf)
- Zhu, K.-J., Jing, Y., & Chang, D.-Y. (1999). A discussion on Extent Analysis Method and applications of fuzzy AHP. *European Journal of Operational Research*, 450-456.
- Zimmermann, H. (1978). Fuzzy programming and linear programming with several objective functions. *Fuzzy Sets and Systems*, 45-55.

# RESUMEN

El libro “Proceso de Análisis Jerárquico: La Ciencia detrás de las Decisiones Estratégicas” ofrece una visión integral del método AHP, desarrollado por Thomas L. Saaty, como herramienta para abordar decisiones multicriterio en contextos complejos. A través de una estructura jerárquica que descompone un problema en niveles —objetivo, criterios y alternativas—, el AHP permite organizar y priorizar elementos clave mediante comparaciones por pares. La obra explica con claridad el sustento matemático del modelo, basado en el uso de matrices recíprocas y el cálculo de autovalores y vectores propios para obtener los pesos relativos. Asimismo, introduce el concepto de razón de consistencia como medida de validación de la coherencia en los juicios emitidos. Más allá de la teoría, el texto resalta su aplicabilidad en diversos ámbitos reales como la planificación estratégica, la evaluación de alternativas, la sostenibilidad y la gestión de riesgos, destacando también variantes como el AHP difuso y el Proceso de Red Analítica (ANP). Con un enfoque equilibrado entre rigor técnico y accesibilidad, esta obra constituye una referencia fundamental para estudiantes e investigadores que buscan aplicar el AHP con precisión y fundamento académico.

**Palabras Clave:** análisis jerárquico multicriterio, decisión multicriterio, teoría de decisiones

## Abstract

The book Process of Hierarchical Analysis: The Science Behind Strategic Decisions provides a comprehensive overview of the Analytic Hierarchy Process (AHP), developed by Thomas L. Saaty, as a tool for addressing multi-criteria decision-making in complex contexts. Through a hierarchical structure that decomposes a problem into levels—goal, criteria, and alternatives—AHP enables the organization and prioritization of key elements by means of pairwise comparisons. The work clearly explains the mathematical foundations of the model, based on the use of reciprocal matrices and the computation of eigenvalues and eigenvectors to derive relative weights. It also introduces the concept of the consistency ratio as a measure to validate the coherence of the judgments made. Beyond theory, the text underscores its applicability in diverse real-world domains such as strategic planning, alternative evaluation, sustainability, and risk management, while also highlighting variants such as Fuzzy AHP and the Analytic Network Process (ANP). Balancing technical rigor with accessibility, this work stands as a fundamental reference for students and researchers seeking to apply AHP with precision and academic rigor.

**Keywords:** analytic hierarchy process, multicriteria decision-making, decision theory



<http://www.editorialgrupo-aea.com>



[Editorial Grupo AeA](#)



[editorialgrupoaea](#)



[Editorial Grupo AEA](#)

ISBN: 978-9942-651-85-3



9 789942 651853